УДК 524.47-54+524.6-34

ВЛИЯНИЕ БАРА НА ДИНАМИКУ ШАРОВЫХ СКОПЛЕНИЙ В ЦЕНТРАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ МЛЕЧНОГО ПУТИ. ЧАСТОТНЫЙ АНАЛИЗ ОРБИТ ПО ДАННЫМ GAIA EDR3

© 2023 А. Т. Байкова^{1*}, А. А. Смирнов¹, В. В. Бобылев¹

¹Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, 196140 Россия Поступила в редакцию 27 июля 2023 года; после доработки 6 сентября 2023 года; принята к публикации 10 сентября 2023 года

Данная работа посвящена изучению влияния бара на орбитальную динамику шаровых скоплений. Проведен анализ орбит 45 шаровых скоплений в центральной галактической области радиусом 3.5 кпк методами спектральной динамики с целью выявления объектов, захваченных баром. Для формирования 6D-фазового пространства, требуемого для интегрирования орбит, использованы самые точные на сегодняшний день астрометрические данные со спутника Gaia (EDR3), а также новые уточненные средние расстояния до шаровых скоплений. Поскольку параметры бара Млечного Пути известны с очень большой неопределенностью, то были построены орбиты и проведен их частотный анализ с варьированием массы, длины и угловой скорости вращения бара в широком диапазоне значений с достаточно малым шагом. Интегрирование орбит проводилось на 2.5 млрд лет назад. В результате были выявлены шаровые скопления, поддерживающие бар, для каждого набора параметров бара. Впервые получено аналитическое выражение для зависимости доминантной частоты f_X от угловой скорости вращения бара. Кроме того, были определены вероятности захвата шаровых скоплений баром при варьировании параметров бара в определенных диапазонах значений по случайному закону распределения. Приводится список из 14 шаровых скоплений с наиболее значимыми вероятностями захвата, при этом пять ШС — NGC 6266, NGC 6569, Terzan 5, NGC 6522, NGC 6540 — показывают вероятность захвата баром $P \ge 0.2$. Сделан вывод о регулярности орбит шаровых скоплений на основе вычисления приближений максимальных характеристических показателей Ляпунова.

Ключевые слова: Галактика: бар, балдж — шаровые скопления: общие сведения

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время известно около 170 галактических шаровых скоплений (ШС). По теоретическим оценкам их число в Галактике может достигать 200 (Ogorodnikov, 1965). Более 150 ШС имеют полные астрометрические (позиционные) и кинематические измерения (собственные движения и лучевые скорости) для формирования 6D-фазового пространства, необходимого для построения орбит. Изучение орбитального движения ШС имеет огромное значение для изучения эволюции Галактики, поскольку они являются старейшими объектами, возраст которых достигает 13 млрд лет.

В большинстве исследований движение галактических шаровых скоплений рассматривается в осесимметричном стационарном потенциале. Однако реальный потенциал нашей Галактики не является ни осесимметричным, ни стационарным. И в первую очередь это связано с тем, что в центре Галактики располагается вращающийся вытянутый бар.

Предыдущий этап наших исследований влияния бара на орбитальные характеристики ШС в центральной области галактики Млечный Путь был посвящен анализу таких параметров орбит, как апоцентрическое и перицентрическое расстояния, эксцентриситет и максимальное расстояние от галактической плоскости (Bajkova et al., 2023). Целью настоящей работы является выявление шаровых скоплений, захваченных баром, в зависимости от параметров бара: массы, длины и угловой скорости вращения, которые к настоящему времени известны с большой неопределенностью.

Для решения поставленной задачи применен метод спектральной динамики, предложенный в работе Binney and Spergel (1982). Метод заключается в том, что каждой орбите можно поставить в соответствие характерные частоты f_X, f_Y, f_Z и f_R осцилляций по X, Y, Z координатам и цилиндрическому расстоянию $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$ соответственно. Для этого вычисляются амплитудные спектры

^{*}E-mail: bajkova@gaoran.ru

временных рядов x(t), y(t), z(t) и R(t) и находятся частоты, соответствующие наибольшим значениям спектра. Это и есть характерные, или доминантные, частоты. Для задачи определения захваченных баром орбит вычисляются частоты f_X и f_R . Если отношение частот $f_R/f_X = 2$, то орбита считается захваченной баром. На практике используется соотношение $f_R/f_X = 2 \pm 0.1$ (Parul et al., 2020).

Выбранный нами критерий подробно обсуждался также в работе Wang et al. (2016). Эти авторы показали, что такой критерий определяет орбиты, находящиеся в резонансе 2:1 с баром, то есть захваченные баром.

Ниже дается описание использованной модели гравитационного потенциала Галактики, включающей в себя трехкомпонентную осесимметричную часть (балдж, диск, гало) со встроенным центральным вытянутым баром в виде трехосного эллипсоида. Принятая в данной работе модель является, конечно, упрощенной и не учитывает многие интересные эффекты, вызванные взаимодействием различных подсистем Галактики. Так, например, одним из таких эффектов является возникновение либраций бара из-за влияния силового поля трехосного гало — эффект обратной связи (Kondratyev et al., 2022). А либрации бара могут повлиять на значение доминантных частот. Однако такие тонкие вопросы лежат вне плоскости проведенных исследований, но представляют интерес для последующих работ.

Альтернативный подход к решению задачи классификации орбит с использованием методов спектральной динамики, основанный на модели потенциала Млечного Пути, полученной в результате N-body расчетов, рассмотрен в работе Smirnov et al. (2023). Важное отличие такой модели от используемой в данной работе заключается в том, что она является самосогласованной и бар формируется естественным образом за счет неустойчивости звездного диска относительно бароподобных возмущений. Это направление изучения влияния бара является очень интересным и перспективным и требует отдельного дальнейшего исследования. В данной работе мы ограничиваемся, как уже говорилось выше, моделью, когда бар-компонента потенциала просто «накладывается» поверх диска, как принято в большинстве работ, посвященных влиянию бара на орбитальную динамику галактических объектов.

Статья структурирована следующим образом. В разделе 2 дается краткое описание принятых моделей потенциала — осесимметричного потенциала и потенциала с баром. В разделе 3 даются ссылки на использованные астрометрические данные. В разделе 4 произведен отбор 45 шаровых скоплений из центральной части Галактики. В разделе 5 дается подробное описание процедуры вычисления доминантных частот орбит. В разделе 6 рассматриваются свойства доминантных частот, получено аналитическое выражение для зависимости доминантной частоты f_X от угловой скорости вращения бара; дана иллюстрация частотного анализа на примере шарового скопления NGC 6266. Раздел 7 посвящен непосредственно частотному анализу орбит всех 45 шаровых скоплений, построенных в результате варьирования параметров бара в широком диапазоне значений, а также оценке вероятности их захвата. Рассмотрена проблема регулярности орбит на основе вычисления характеристических показателей Ляпунова. В заключении перечислены основные результаты работы.

2. МОДЕЛЬ ГАЛАКТИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

2.1. Осесимметричный потенциал

Осесимметричный гравитационный потенциал Галактики представляется в виде суммы трех составляющих — центрального сферического балджа $\Phi_b(r(R, Z))$, диска $\Phi_d(R, Z)$ и массивного сферического гало темной материи $\Phi_h(r(R, Z))$:

$$\Phi(R,Z) = \Phi_b(r(R,Z)) + \Phi_d(R,Z) + \Phi_h(r(R,Z)).$$
(1)

Здесь используется цилиндрическая система координат (R, ψ, Z) с началом в центре Галактики. В прямоугольной системе координат (X, Y, Z) с началом в центре Галактики расстояние до звезды (сферический радиус) будет равно

$$r^2 = X^2 + Y^2 + Z^2 = R^2 + Z^2,$$

при этом ось X направлена от Солнца к галактическому центру, ось Y — перпендикулярно к оси X сонаправленно вращению Галактики, ось Z — перпендикулярно к галактической плоскости X-Y в сторону северного галактического полюса. Гравитационный потенциал выражается в единицах 100 км² с⁻², расстояния — в кпк, массы — в единицах галактической массы $M_G = 2.325 \times 10^7 M_{\odot}$, соответствующей гравитационной постоянной G = 1.

Потенциалы балджа $\Phi_b(r(R,Z))$ и диска $\Phi_d(R,Z)$ представляются в форме, использованной Miyamoto and Nagai (1975):

$$\Phi_b(r) = -\frac{M_b}{(r^2 + b_b^2)^{1/2}},\tag{2}$$

$$\Phi_d(R,Z) = -\frac{M_d}{\left[R^2 + \left(a_d + \sqrt{Z^2 + b_d^2}\right)^2\right]^{1/2}}, \quad (3)$$

Параметр	Значение		
M_b	$443 M_{G}$		
M_d	$2798 M_G$		
M_h	$12474M_{G}$		
b_b	0.2672 кпк		
a_d	4.40 кпк		
b_d	0.3084 кпк		
a_h	7.7 кпк		
$M_{\rm bar}$	$110-430 M_G$		
Ω_b	$10-60~{ m km}~{ m c}^{-1}~{ m km}{ m k}^{-1}$		
q_b	2—5 кпк		
$ heta_b$	25°		
a/b	2-5		
a/c	3.03		

Таблица 1. Параметры модели галактического потенциала, $M_G = 2.325 \times 10^7 M_{\odot}$

где M_b, M_d — массы, b_b, a_d, b_d — масштабные параметры компонентов в кпк. Компонент гало представляется согласно работе Navarro et al. (1997):

$$\Phi_h(r) = -\frac{M_h}{r} \ln\left(1 + \frac{r}{a_h}\right). \tag{4}$$

В таблице 1 приведены значения параметров модели галактического потенциала (2)-(4), которые были найдены в работе Bajkova and Bobylev (2016) в результате подгонки к кривой вращения Галактики (Bhattacharjee et al., 2014), построенной по объектам, расположенным на расстояниях до $R \sim 200$ кпк. Отметим, что при построении этой кривой вращения Галактики были использованы следующие значения локальных параметров: $R_{\odot} = 8.3$ кпк и $V_{\odot} = 244$ км с⁻¹. В работе Вајкоvа and Bobylev (2016) модель (2)-(4) обозначена как модель III. Принятая модель является наилучшей среди рассмотренных в работе Bajkova and Bobylev (2017) шести моделей галактического потенциала, поскольку обеспечивает наименьшую невязку между данными Bhattacharjee et al. (2014) и модельной кривой вращения.

2.2. Модель бара

В качестве потенциала центрального бара была выбрана модель трехосного эллипсоида Palous et al. (1993):

$$\Phi_{\rm bar} = -\frac{M_{\rm bar}}{(q_b^2 + X^2 + [Ya/b]^2 + [Za/c]^2)^{1/2}},$$
 (5)

АСТРОФИЗИЧЕСКИЙ БЮЛЛЕТЕНЬ том 78 № 4 2023

где $X = R \cos \vartheta, Y = R \sin \vartheta, a, b, c$ — три полуоси бара, q_b — масштабный параметр бара; $\vartheta = \theta - \Omega_b t - \theta_b$, tg $\theta = Y/X$, Ω_b — угловая скорость вращения бара, t — время интегрирования, θ_b — угол ориентации бара относительно галактических осей X, Y, отсчитывается от линии, соединяющей Солнце и центр Галактики (ось X) до большой оси бара по направлению вращения Галактики.

Моделирование галактического потенциала с баром проведено при варьировании следующих параметров модели бара. Масса бара принималась из интервала значений: $M_{\rm bar} = (430-110 \, M_G)$ (при этом масса бара вычиталась из массы балджа), значения скорости вращения бара из интервала: $\Omega_b = (10-60)$ км с⁻¹ кпк⁻¹, длина бара из интервала: $q_b = (5-2)$ кпк. Забегая вперед, отметим, что в задаче вычисления вероятности захвата ШС баром (раздел 7) варьировалось и соотношение осей эллипсоида a/b = 2-5 (см. также таблицу 1).

Исходя из информации в многочисленной литературе, в качестве базовых параметров бара были использованы следующие:

$$M_{\rm bar} = 430 \, M_G = 10^{10} \, M_{\odot},$$

что соответствует 95% массы балджа; $q_b = 5$ кпк; $\theta_b = 25^\circ$; $\Omega_b = 40$ км с⁻¹ кпк⁻¹; отношение большой оси эллипсоида к малой a/b = 2.38 в проекции X-Y, сплюснутость бара в вертикальном направлении a/c = 3.03. Последние четыре параметра приняты, в частности, в работе Palous et al. (1993).

Для интегрирования уравнений движения мы использовали алгоритм Рунге-Кутты четвертого порядка. Значение пекулярной скорости Солнца относительно местного стандарта покоя было принято равным

 $(u_{\odot}, v_{\odot}, w_{\odot}) = (11.1, 12.2, 7.3) \pm (0.7, 0.5, 0.4)$ км с⁻¹

согласно работе Schönrich et al. (2010). Возвышение Солнца над плоскостью Галактики принято равным 17 пк в соответствии с работой Bobylev and Bajkova (2016).

3. ДАННЫЕ

Данные о собственных движениях шаровых скоплений взяты из нового каталога Vasiliev and Baumgardt (2021), составленного на основе наблюдений Gaia EDR3 (Brown et al., 2021). Лучевые скорости взяты из работы Vasiliev (2019). Новые средние значения расстояний до шаровых скоплений взяты из работы Baumgardt and Vasiliev (2021). Сравнительный анализ новых данных о собственных движениях и расстояниях с предыдущими версиями каталогов дан, например, в работе Bajkova and Bobylev (2022). Здесь отметим



Рис. 1. Выделение ШС, принадлежащих балджу/бару, с использованием вероятностного критерия, предложенного в работе Вајкоva et al. (2020). На панели (а) изображена гистограмма распределения ШС по параметру L_Z/ecc . Четко прослеживается бимодальность распределения. Левая гауссиана определяет вероятность принадлежности ШС балджу, правая гауссиана — диску. На панели (b) изображена диаграмма « L_Z/ecc – полная энергия E» для полученной выборки из 45 ШС. На панели (c) изображена диаграмма «круговая скорость – эксцентриситет». На панели (d) изображена диаграмма «радиальная скорость – круговая скорость». Черными треугольниками обозначены ШС, принадлежащие балджу, красными закрытыми кружками — ШС, принадлежащие диску, голубыми открытыми кружками — ШС с ретроградными орбитами, также принадлежащие диску.

лишь, что точность измерения новых собственных движений в среднем повысилась в два раза по сравнению с измерениями Gaia DR2. Как показывает анализ лучевых скоростей, представленных в каталоге Vasiliev (2019), их ошибки не являются существенными и составляют для подавляющего большинства ШС нашей выборки меньше 1% от значений самих скоростей. Более существенными ошибками отягощены собственные движения и расстояния. Все неопределенности в данных (о положениях, расстояниях, собственных движениях, лучевых скоростях), а также неопределенности компонент вектора пекулярной скорости Солнца по Schönrich et al. (2010) нами учтены методом Монте-Карло (1000 реализаций) при вычислении неопределенностей компонент 6D-пространства $(x_{o}, y_{o}, z_{o}, u_{o}, v_{o}, w_{o})$ (см. обозначения в Вајкоvа

and Bobylev (2022)), в дальнейшем использованного для вычисления орбит. Уравнения движения пробной частицы в гравитационном потенциале Галактики также подробно представлены в работе Bajkova and Bobylev (2022).

4. ОТБОР ШАРОВЫХ СКОПЛЕНИЙ

Имеющийся в нашем распоряжении каталог ШС Bajkova and Bobylev (2022) насчитывает 152 объекта. Выделение из этого множества шаровых скоплений, принадлежащих области балджа/бара, было произведено в соответствии с чисто геометрическим критерием, рассмотренным в работе Massari et al. (2019) и использованным также нами в работе Bajkova et al. (2020). Он очень прост и заключается в отборе ШС, апоцентрическое рассто-

No.	ID	No.	ID	No.	ID	No.	ID	No.	ID
1	NGC 6144	10	BH 229	19	NGC 6453	28	NGC 6642	37	NGC 6540
2	ESO 452-SC11	11	Liller 1	20	Terzan 9	29	NGC 6717	38	NGC 6325
3	NGC 6266	12	NGC 6380	21	NGC 6522	30	NGC 6723	39	Djorg 2
4	NGC 6273	13	Terzan 1	22	NGC 6528	31	Terzan 3	40	NGC 6171
5	NGC 6293	14	NGC 6401	23	NGC 6558	32	NGC 6256	41	NGC 6316
6	NGC 6342	15	Palomar 6	24	NGC 6624	33	NGC 6304	42	NGC 6388
7	NGC 6355	16	Terzan 5	25	NGC 6626	34	Pismis 26	43	NGC 6539
8	Terzan 2	17	NGC 6440	26	NGC 6638	35	NGC 6569	44	NGC 6553
9	Terzan 4	18	Terzan 6	27	NGC 6637	36	ESO 456-SC78	45	NGC 6652

Таблица 2. Список скоплений, орбиты которых исследовались в настоящей работе

яние орбит которых не превышает 3.5 кпк. Орбиты вычисляются в осесимметричном потенциале.

Отметим, что использование результатов классификации, полученных в работах Massari et al. (2019) и Bajkova et al. (2020) по собственным движениям из каталога Gaia DR2 и расстояниям Наrris (2010), не совсем корректно в настоящей работе, поскольку мы имеем дело с новыми данными. Изменения в данных (особенно в расстояниях) могут сильно повлиять на орбитальные характеристики ШС. Поэтому мы провели новую классификацию. Применение ограничения на апоцентрическое расстояние ШС (*аро* \leq 3.5 кпк) позволило выделить 39 объектов, большинство из которых совпало с результатами прежней классификации, но имеются и различия.

Далее мы из полученного множества ШС выделили ШС, принадлежащие дисковой составляющей Галактики. Для этого мы применили предложенный нами в работе Bajkova et al. (2020) al. (2020) вероятностный метод разделения ШС на подсистемы Галактики. Он основан на бимодальности распределения параметра L_Z/ecc , где L_Z вертикальная (Z) составляющая углового момента, *ecc* — эксцентриситет орбиты. Иллюстрация метода показана на рис. 1а. В результате применения этого метода удалось выделить 9 ШС, принадлежащих диску. Остальные 30 принадлежат непосредственно балджу. К полученной выборке из 39 объектов мы присоединили еще 6 ШС, принадлежащих области балджа по классификации Massari et al. (2019), но не вошедших в нашу выборку изза незначительного превышения апоцентрического расстояния орбит в 3.5 кпк.

Таким образом, мы сформировали выборку из 45 ШС в центральной области Галактики, из которых 34 принадлежат балджу, девять — диску (ESO 456-SC78, Terzan 3, Pismis 26, NGC 6256, NGC 6304, NGC 6569. NGC 6540, NGC 6539,

принадлежат диску. Полный список из 45 объектов с наименованиями и порядковыми номерами приведен в таблице 2. Первые 34 объекта принадлежат балджу, а 11 последних — диску. Первые 30 объектов балджа представляют собой ШС, выявленные в результате применения вероятностного метода разделения, остальные 4 — ШС по классификации Massari et al. (2019). Обозначения орбитальных параметров и формулы для их вычисления можно найти, в частности, в работе Bajkova and Bobylev (2022), где также приводится таблица с полным набором параметров, вычисленных в принятом нами осесимметричном потенциале. На рис. 1 приводятся также диаграммы «L_Z/ecc – полная энергия Е», «круговая скорость — эксцентриситет» и «радиальная скорость - круговая скорость», из которых ясно видно разделение ШС на подсистемы балджа и диска. На рис. 2 показано распределение отобранных

NGC 6553), и еще два объекта (NGC 6325,

Djorg 2), имеющие значительные отрицательные вращательные скорости, предположительно тоже

Га рис. 2 показано распределение отооранных 45 ШС в проекциях X-Y и X-Z галактической системы координат. На рисунке также показаны сечения трехосного эллипсоида, которым описывается бар, с базовыми параметрами, перечисленными выше.

5. ВЫЧИСЛЕНИЕ ДОМИНАНТНЫХ ЧАСТОТ

На рис. З приведены для сравнения кривая вращения Галактики для осесимметричного потенциала без бара (черная линия) и кривая вращения неосесимметричного потенциала с баром, усредненная по азимуту (красная линия). Отметим, что при добавлении бара в модель, масса бара $M_{\rm bar}$ вычиталась из массы балджа M_b . Кривая вращения неосесимметричного потенциала получена при базовых параметрах бара, перечисленных в



Рис. 2. Распределение отобранных 45 ШС в проекциях X-Y (а) и X-Z (b) галактической системы координат. Обозначения объектов те же, что и на предыдущем рисунке. Красной линией показано сечение бара (трехосного эллипсоида) с базовыми параметрами.



Рис. 3. Кривая вращения Галактики с осесимметричным потенциалом без бара (черная линия) и неосесимметричным потенциалом, включающим бар (красная линия).

разделе 2.2. Из рисунка видно, что введение бара с массой, почти равной массе балджа, существенно повлияло на форму кривой вращения в центральной области Галактики, что неизбежно повлияло на орбитальную динамику отобранных шаровых скоплений.

Перейдем к нашей задаче.

Спектральная динамика орбит на практике основывается на вычислении модуля дискретного преобразования Фурье (ДПФ) равномерных временных рядов x_n, y_n, z_n и $R_n, n = 0, ..., N - 1$ (N — длина ряда), по координатам X, Y, Z и цилиндрическому расстоянию R.

Так, например, для ряда $x_n, n = 0, ..., N - 1$ формула для модуля ДПФ будет выглядеть следующим образом:

$$X_k = \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \exp\left(-j\frac{2\pi nk}{N}\right) \right|, \qquad (6)$$

где $j = \sqrt{-1}, k = 0, ..., N - 1.$

Аналогично можно записать формулу для других последовательностей. При этом длина ряда выбирается равной $N = 2^{\alpha}$, где α — целое больше 0, чтобы можно было применить для вычисления ДПФ алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ). Нужная длина ряда достигается путем дополнения реального ряда нулями.

В нашем случае длина реальных последовательностей равна 2500, поскольку мы интегрируем орбиты на 2.5 млрд лет назад с интервалом интегрирования 1 млн лет. Перед вычислением ДПФ мы предварительно центрируем ряды координат (т.е. избавляемся от постоянной составляющей), затем дополняем полученные последовательности x_n, y_n, z_n и R_n нулевыми отсчетами при n > 2500до достижения длины всей анализируемой последовательности $N = 8192 = 2^{13}$. Отметим, что дополнение исходной последовательности нулями полезно также с точки зрения увеличения точности координат спектральных составляющих, что актуально в нашем случае, поскольку нашей задачей является определение максимальных (доминантных) частот амплитудного спектра. Так как интервал между отсчетами последовательностей во времени равен $\Delta_t = 0.001$ млрд лет (Gyr), то анализируемый частотный диапазон, который является периодической функцией, составляет $F = 1/\Delta_t = 1000 \; {\rm Gyr}^{-1}$. Дискрет по частоте составляет $\Delta_F = F/N \approx 0.122 \text{ Gyr}^{-1}$. В дальнейшем, для удобства, мы на графиках будем указывать не физические частоты, а номера отсчетов kдискретного преобразования Φ урье (6). Переход от k к физической частоте может быть произведен по формуле: $f = k\Delta_F \approx 0.122 \, k$. Как уже говорилось выше, доминантной, или характерной, частотой анализируемого ряда являются та, в которой спектр мощности (6) достигает максимального значения.

6. СВОЙСТВА ДОМИНАНТНЫХ ЧАСТОТ

Моделирование орбит всех ШС нашей выборки с варьированием такого важного параметра, как скорость вращения бара, которая известна на сегодняшний день с большой неопределенностью, позволило нам выявить следующие свойства и закономерности доминантных частот орбит, вычисляемых в системе вращающегося бара:

- у большинства ШС доминантная частота *f_R* практически не изменяется с изменением скорости вращения бара;
- 2) доминантная частота f_X зависит от угловой скорости вращения бара Ω_b по закону:

$$f_X(\Omega_b) \approx f_X(0) \pm K\Omega_b,\tag{7}$$

где K = 0.1587 кпк с км⁻¹ Gyr⁻¹, что приводит к систематическому смещению отношения частот f_R/f_X с изменением Ω_b ;

- 3) для большинства ШС выполняется соотношение $f_X = f_Y$;
- 4) доминантная частота *f*^{*Z*} практически не изменяется с изменением скорости вращения бара.

Проиллюстрируем перечисленные свойства на примере шарового скопления NGC 6266. В таблице 3 приводятся значения доминантных частот (номера отсчетов ДПФ) в зависимости от величины Ω_b при $M_{\text{bar}} = 430 M_G$, $q_b = 5$ кпк. Как можно видеть, доминантные частоты f_R и f_Z практически не зависят от скорости вращения бара и изменяются в пределах 175 ± 3 и 161 ± 2 соответственно. Причем разброс в значениях связан в основном с эффектом дискретизации анализируемых последовательностей. Точно выполняется соотношение $f_X = f_Y$. Что касается доминантной частоты f_X , то ее изменение при изменении угловой скорости бара на 10 единиц, составляет 13 ± 1 единиц в

АСТРОФИЗИЧЕСКИЙ БЮЛЛЕТЕНЬ том 78 № 4 2023

Таблица 3. Значения доминантных частот (номера отсчетов ДПФ) для ШС NGC 6266 в зависимости от угловой скорости бара Ω_b

$\Omega_b,$ км с $^{-1}$ кпк $^{-1}$	f_X	f_Y	f_Z	f_R	f_R/f_X
0	102	102	161	178	1.75
10	87	87	165	173	1.99
20	75	75	163	176	2.35
30	62	62	161	176	2.84
40	48	48	160	174	3.63
50	36	36	161	175	4.86
60	21	21	159	172	8.19

отсчетах ДПФ, или примерно 13×0.122 в единицах Gyr^{-1} , т. е. справедливо выражение (7). В случае NGC 6266 второе слагаемое в правой части выражения (7) входит со знаком плюс, но, как показывает моделирование орбит других ШС, это слагаемое может входить и со знаком минус, при этом полученное значение коэффициента К справедливо для всех ШС. Также отметим, что значение коэффициента К не зависит от массы и длины бара. Изменение f_X с изменением Ω_b при условии, что f_R практически не зависит от Ω_b , приводит к систематическому смещению отношения f_R/f_X , что мы и видим в последней колонке таблицы 3. Как следует из полученных значений f_R/f_X , шаровое скопление NGC 6266 при данной массе и длине бара может быть захвачено баром только если его угловая скорость составляет 10 км с $^{-1}$ кпк $^{-1}$.

Графическая иллюстрация результатов моделирования орбит NGC 6266 при различных скоростях бара представлена на рис. 4–6.

На рис. 4 показаны орбиты NGC 6266, построенные как в осесимметричном потенциале, так и потенциале с баром, вращающимся с угловой скоростью $\Omega_b = 40 \text{ км c}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$. Функции координат орбит от времени R(t), x(t), y(t), z(t) для различных угловых скоростей вращения бара Ω_b приводятся на рис. 5. Спектры мощности дискретных последовательностей координат орбит x_n, y_n, z_n и R_n , вычисленные по формуле (6) для различных Ω_b , приводятся на рис. 6.

Графическая иллюстрация эффекта смещения доминантной частоты f_X с изменением Ω_b для всех 45 ШС приведена на рис. 7. Здесь на графике по оси абсцисс отложены порядковые номера шаровых скоплений (см. таблицу 2), а по оси ординат — значения смещения частоты $\Delta_x = f_X(\Omega_b) - f_X(0)$ (в отсчетах ДПФ) для различных значений угловой



Рис. 4. Орбиты шарового скопления NGC 6266 в осесимметричном потенциале (панели (а)–(с)) и в неосесимметричном потенциале со следующими параметрами бара: $M_{\text{bar}} = 430 \times M_G$, $q_b = 5$ кпк, $\Omega_b = 40$ км с⁻¹ кпк⁻¹ (панели (d)–(f)). Приведены X-Y-проекции (панели (a) и (d)), R-Z-проекции (панели (b) и (e)) и зависимость величины радиус-вектора орбиты $r = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ от времени (панели (c) и (f)). Орбиты, соответствующие номинальным начальным значениям фазового пространства, показаны темно-синим цветом. Орбиты, полученные в результате Монте-Карло моделирования, показаны голубым цветом. В случае неосесимметричного потенциала орбиты вычислены в системе вращающегося бара.

скорости вращения бара. Видно, что для подавляющего большинства шаровых скоплений выполняется соотношение (7), причем смещение может быть как положительным, так и отрицательным.

На рис. 8 показаны диаграммы « $f_X - f_R$ », « $f_R - f_Z$ » и « $f_X - f_Y$ » для всех 45 шаровых скоплений при значениях скорости вращения бара $\Omega_b = 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60$ км с⁻¹ кпк⁻¹, под-тверждающие, за небольшим исключением, перечисленные выше свойства доминантных частот. Отметим, что эти исключения представляют самостоятельный интерес и требуют отдельного исследования в дальнейшем.

7. ЧАСТОТНЫЙ АНАЛИЗ ОРБИТ, ПОСТРОЕННЫХ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ПАРАМЕТРАХ БАРА

В предыдущем разделе была изучена зависимость доминантных частот от угловой скорости вращения бара. Как показало моделирование, значения доминантных частот зависят также от массы и размера бара. Мы провели моделирование орбитального движения всех 45 ШС на достаточно плотной сетке параметров бара, а именно: масса бара $M_{\rm bar}$ изменялась в интервале (110–430) M_G с шагом 10 M_G , длина бара q_b — в интервале (2–5) кпк с шагом 0.25 кпк, угловая скорость бара Ω_b — в интервале значений (10–60) км с⁻¹ кпк⁻¹ с шагом 2.5 км с⁻¹ кпк⁻¹ (см. также таблицу 1).

Далее для каждой орбиты вычислялось отношение доминантных частот f_R/f_X с целью определения, захвачена орбита баром с соответствующими параметрами или нет по критерию $f_R/f_X = 2 \pm 0.1$. Ниже на рис. 9 показаны полученные зависимости числа шаровых скоплений с $f_R/f_X \approx 2$ от значений параметров бара — массы, длины и угловой скорости вращения.

Как видно из рисунка, число шаровых скоплений, удовлетворяющих критерию $f_R/f_X = 2 \pm 0.1$, сильнее всего зависит от массы и скорости вращения бара и достигает максимума при $M_{\rm bar} = 350 M_G$ и $\Omega_b = 10 \,\rm km \, c^{-1} \, kп \kappa^{-1}$. От длины бара зависимость менее существенна, однако надо отметить,



АСТРОФИЗИЧЕСКИЙ БЮЛЛЕТЕНЬ

TOM

78

Nº 4

2023

Рис. 5. Зависимости R(t), x(t), y(t), z(t) (сверху вниз) орбит шарового скопления NGC 6266 от угловой скорости вращения бара $\Omega_b = 20, 30, 40, 50, 60$ км с⁻¹ кпк⁻¹ (слева направо) показаны красным цветом. Для сравнения фиолетовым цветом показаны аналогичные зависимости при $\Omega_b = 0$ км с⁻¹ кпк⁻¹.



Рис. 6. Спектры мощности орбит шарового скопления NGC 6266 ($M_{\text{bar}} = 430 \times M_G$, $q_b = 5$ кпк). Спектры мощности X_k, Y_k, Z_k и R_k показаны фиолетовым, голубым, зеленым и желтым цветом соответственно. Скорость бара $\Omega_b = 0, 20, 30, 40, 50, 60$ км с⁻¹ кпк⁻¹ (панели (а)–(f) соответственно).



Рис. 7. Смещение доминантной частоты $f_X(\Omega_b)$ относительно частоты $f_X(0)$: $\Delta_x = f_X(\Omega_b) - f_X(0)$ (по оси ординат) для всей выборки из 45 ШС при угловой скорости вращения бара $\Omega_b = 20, 30, 40, 50$ и 60 км с⁻¹ кпк⁻¹, обозначенной красным, голубым, фиолетовым, зеленым и желтым цветом соответственно. По оси абсцисс отложены порядковые номера ШС в соответствии с таблицей 1.

что наибольшее число ШС с отношением частот $f_R/f_X \approx 2$ наблюдается при наименьшей длине бара в 2 кпк.

Таким образом, в результате проведенного моделирования мы определили для каждого набора значений $(M_{\text{bar}}, q_b, \Omega_b)$ из сетки параметров, обозначенной выше, шаровые скопления, удовлетворяющие критерию $f_R/f_X = 2.0 \pm 0.1$. Приведем несколько примеров. Так, для наиболее реалистичных значений массы бара $M_{\rm bar} = 430 \, M_G$ и длины бара $q_b=5\,{\rm кпк}$ при скорости вращения бара $\Omega_b = 10 \ {
m кm} \, {
m c}^{-1} \, {
m кп} {
m K}^{-1}$ критерию $f_R/f_X = 2.0 \pm 0.1$ удовлетворяют шаровые скопления NGC 6266, NGC 6342, NGC 6522, NGC 6558, NGC 6626, NGC 6717, NGC 6304, NGC 6540, NGC 6171, NGC 6316, NGC 6553, Terzan 3, Terzan 4, Terzan 5, Terzan 9, Pismis 26; при $\Omega_b = 15 \text{ км c}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$ — ШС NGC 6266, NGC 6717, NGC 6304, NGC 6540, Terzan 4, Terzan 5; при значении Terzan 3, $\Omega_b = 20 \text{ км c}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$ — ШС NGC 6540; при $\Omega_b = 30 \text{ и } 40 \text{ км c}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$ — нет ни одного ШС, при $\Omega_b = 50 \text{ км c}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$ — ШС NGC 6539. При той же массе бара, но длине $q_b = 2.25$ кпк и скорости вращения $\Omega_b = 45$ км с⁻¹ кпк⁻¹ критерию $f_R/f_X = 2.0 \pm 0.1$ удовлетворяют ШС



Рис. 8. Диаграммы « $f_X - f_R$ » (а), « $f_R - f_Z$ » (b) и « $f_X - f_Y$ » (c) при значениях угловой скорости вращения бара $\Omega_b = 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60$ км с⁻¹ кпк⁻¹, показанных черным, оранжевым, красным, голубым, фиолетовым, зеленым, желтым цветом соответственно ($M_{\rm bar} = 430 M_G, q_b = 5$ кпк). Линиями на панеле (а) показана прямая, соответствующая отношению $f_R/f_X = 2$, на панеле (c) — отношению $f_X/f_Y = 1.0$.

АСТРОФИЗИЧЕСКИЙ БЮЛЛЕТЕНЬ том 78 № 4 2023

NGC 6266, NGC 6522, NGC 6540, NGC 6553, Terzan 3, ESO 456-SC78.

Орбиты в проекции на галактическую плоскость $X-Y \amalg C \ c \ f_R/f_X \approx 2$ для первого и последнего из рассмотренных примеров, вычисленные в системе вращающегося бара, приведены на рис. 10 и 11 соответственно. Из рисунков видно, что орбиты имеют эллипсоидальную форму, их ориентация относительно оси X совпадает с заданной ориентацией бара (25°). Так что приведенные орбиты можно считать захваченными баром с соответствующими параметрами.

Далее, в результате моделирования были определены вероятности захвата ШС баром при варьировании параметров бара случайным образом по равномерному закону распределения в следующих более-менее реалистичных диапазонах значений: масса $M_{\text{bar}} = (330-430) M_G$, длина $q_b = (2-5)$ кпк, угловая скорость вращения $\Omega_b = (30-50)$ км с⁻¹ кпк⁻¹, степень вытянутости бара a/c = (2-5) в проекции X-Y (10³ реализаций). При интегрировании орбит были учтены неопределенности в начальных положениях и скоростях ШС (6D-фазового пространства), а также пекулярной скорости Солнца по методу Монте-Карло (10² реализаций). Вероятность Р захвата баром конкретного ШС вычислялась как отношение эпизодов N_c , когда $f_R/f_X = 2 \pm 0.1$, к общему числу случайных реализаций N_t, в данном случае равному $10^3 \times 10^2 = 10^5$, т. е. $P = N_c/N_t$.

В таблице 4 приводится список из 14 шаровых скоплений с наиболее значимыми вероятностями захвата P, из них ШС NGC 6266, NGC 6569, Terzan 5, NGC 6522 и NGC 6540 показывают вероятности $P \ge 0.2$, а именно, 0.2, 0.2, 0.24, 0.38 и 0.68 соответственно. При этом максимальная вероятность у объекта диска NGC 6540. Остальные

Таблица 4. Вероятности (*P*) захвата ШС баром при варьировании параметров бара по равномерному закону распределения с учетом неопределенностей 6Dфазового пространства ШС и пекулярной скорости Солнца по методу Монте-Карло

ID	P	ID	P
Terzan 3	0.14	NGC 6522	0.38
NGC 6256	0.17	NGC 6539	0.11
NGC 6266	0.20	NGC 6540	0.68
NGC 6304	0.08	NGC 6569	0.20
NGC 6342	0.17	ESO 456-SC78	0.10
Terzan 4	0.11	NGC 6717	0.19
Terzan 5	0.24	NGC 6723	0.04



Рис. 9. Зависимость числа шаровых скоплений с отношением частот $f_R/f_X \approx 2$ от величины параметров бара $M_{\text{bar}}, q_b, \Omega_b$ (панели (a)–(c) соответственно).

шаровые скопления из таблицы 2, не вошедшие в таблицу 4, имеют вероятности захвата, близкие нулю.

С целью оценки степени устойчивости (регулярности) орбитального движения были вычислены приближения характеристического показателя Ляпунова (ХПЛ) для всех 45 ШС в неосесимметричном потенциале с базовыми параметрами бара, обозначенными выше. Максимальные значения ХПЛ (МХПЛ) вычислялись методом «теневой» траектории по следующей формуле (см. работу Mel'nikov (2018) и ссылки в ней):

$$L(n) = \frac{1}{n \,\delta t} \sum_{i=1}^{n} \ln \frac{d_i}{d_{i-1}},\tag{8}$$

где d_i — расстояние между опорной и теневой фазовыми точками на *i*-ом шаге интегрирования, δt — величина шага по времени. Истинное значение МХПЛ равно пределу L(n) при $n \to \infty$. На практике в качестве значения МХПЛ принимают L(n), полученное при большом значении n. При этом ненулевые значения МХПЛ указывают на хаотический (неустойчивый), а нулевые значения на регулярный (устойчивый) характер движения.

Зависимость L(n), полученная для всех 45 шаровых скоплений при следующем возмущении фазовой начальной точки: $x_1 = x_0 + 0.00001 x_0$, $y_1 = y_0 + 0.00001 y_0$, $z_1 = z_0 + 0.00001 z_0$, изображена на рис. 12. Из графика видно, что приближения показателей Ляпунова стремятся с увеличением n, хотя и медленно, к нулю, что подтверждает регулярность (отсутствие хаоса) орбитального движения всех ШС в заданном потенциале.

На рис. 13 в качестве примера приведены графики, отображающие динамику движения шарового скопления NGC 6266 на интервале времени 12 млрд лет при заданной (x_0, y_0, z_0) и возмущенной (x_1, y_1, z_1) начальных точках, показанные красным и фиолетовым цветом соответственно. Из визуального анализа графиков следует вывод о высокой устойчивости орбитального движения ШС на длительном интервале времени, сравнимом с возрастом Вселенной. Графический анализ динамики и других ШС не выявил ни у одного объекта хаотического движения, что согласуется с полученным характером сходимости L(n) к нулю с увеличением n (рис. 12).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Произведено моделирование орбитальной динамики 45 шаровых скоплений в центральной области Галактики в широком диапазоне изменения массы, длины и угловой скорости вращения бара, встроенного в осесимметричный потенциал. Для интегрирования орбит использованы самые точные на сегодняшний день астрометрические данные со спутника Gaia (Vasiliev and Baumgardt, 2021), Baumgardt, 2021), а также новые уточненные средние расстояния до шаровых скоплений (Baumgardt and Vasiliev, 2021).

Построенные орбиты исследованы методами спектральной динамики (Binney and Spergel, 1982), основанной на вычислении отношения доминантных частот f_R/f_X . При $f_R/f_X = 2 \pm 0.1$ считалось, что орбита захвачена баром. В результате были выявлены орбиты, поддерживающие бар, для каждого набора его параметров. Установлены параметры бара, при которых число захваченных орбит шаровых скоплений максимально. Приведены примеры орбит с $f_R/f_X \approx 2$.

Установлено, что доминантная частота f_R практически не зависит от угловой скорости вращения бара Ω_b , а доминантная частота f_X зависит от Ω_b по закону $f_X(\Omega_b) \approx f_X(0) \pm K \Omega_b$,



Рис. 10. Орбиты шаровых скоплений NGC 6266, NGC 6342, NGC 6522, NGC 6558, NGC 6626, NGC 6717, NGC 6304, NGC 6540, NGC 6171, NGC 6316, NGC 6553, Terzan 3, Terzan 4, Terzan 5, Terzan 9, Pismis 26, построенные в системе вращающегося бара со скоростью $\Omega_b = 10 \text{ км c}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$, массой $M_{\text{bar}} = 430 M_G$ и длиной $q_b = 5 \text{ кпк}$, в проекции на галактическую плоскость X - Y, удовлетворяющие отношению доминантных частот $f_R/f_X \approx 2$. Начало орбит обозначено синим кружочком.

где K = 0.1587 кпк с км⁻¹ Gyr⁻¹, что приводит к систематическому смещению отношения частот f_R/f_X с изменением Ω_b . Эта интересная зависимость получена нами впервые и требует дальнейшего изучения.

В результате моделирования орбитального движения ШС определены вероятности их захвата баром при варьировании параметров последнего случайным образом по равномерному закону распределения в следующих диапазонах

бара $q_b = (2-5)$ кпк, угловая скорость вращения $\Omega_b = 30-50$ км с⁻¹ кпк⁻¹, степень вытянутости бара a/c = (2-5) в проекции X - Y. Одновременно, с использованием метода Монте-Карло, производился учет неопределенностей начальных положений и скоростей ШС, а также пекулярной скорости Солнца. В итоге получен список из 14 шаровых скоплений с наиболее значимыми вероятностями захвата, а именно: ESO 456-SC78, NGC 6256,

величин: масса бара $M_{\text{bar}} = (330-30) M_G$, длина



Рис. 11. Орбиты шаровых скоплений NGC 6266, NGC 6522, NGC 6540, NGC 6553, Terzan 3, ESO 456-SC78, построенные в системе вращающегося бара со скоростью $\Omega_b = 45$ км с⁻¹ кпк⁻¹, массой $M_{\text{bar}} = 430 M_G$ и длиной $q_b = 2.25$ кпк, в проекции на галактическую плоскость X - Y, удовлетворяющие отношению доминантных частот $f_R/f_X \approx 2$. Начало орбит обозначено синим кружочком.



Рис. 12. Зависимость L(n) для всех 45 шаровых скоплений, полученная в неосесимметричном гравитационном потенциале с базовыми параметрами трехосного бара.

NGC 6266,	NGC 6304,	NGC 6342,	NGC 6	6522,
NGC 6539,	NGC 6540,	NGC 6569,	NGC 6	6717,
NGC 6723,	Terzan 3, T	erzan 4, Terz	ап 5, из	KO-

торого выделяются ШС NGC 6266, NGC 6569, Terzan 5, NGC 6522 и NGC 6540 с наибольшими вероятностями, равными 0.2, 0.2, 0.24, 0.38 и 0.68 соответственно.

На основе вычисления приближений максимальных характеристических показателей Ляпунова и графического анализа динамических характеристик орбит на длительных интервалах времени сделан вывод о регулярности орбит всех 45 исследованных шаровых скоплений в принятом гравитационном потенциале.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы признательны рецензенту за ряд полезных замечаний. Особая благодарность А. В. Мельникову за обсуждение проблемы устойчивости орбит.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Данная работа финансировалась за счет средств бюджета организации. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.



Рис. 13. Динамика движения шарового скопления NGC 6266 с невозмущенной (x_0, y_0, z_0) (красный цвет) и возмущенной (x_1, y_1, z_1) (фиолетовый цвет) начальными точками, полученная при интегрировании орбит на интервале времени 12 млрд лет назад. На панелях (а) и (d) приведены графики изменения радиуса r исходной и возмущенной орбит от времени t, на (b) и (e) — X - Y-проекции соответствующих орбит, на (c) и (f) — зависимость между скоростью V_X и координатой X.

(2021).

(2010).

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. A. Bajkova and V. Bobylev, Open Astronomy **26** (1), 72 (2017).
- 2. A. T. Bajkova and V. V. Bobylev, Astronomy Letters **42** (9), 567 (2016).
- 3. A. T. Bajkova and V. V. Bobylev, arXiv e-prints astro/ph:2212.00739 (2022).
- 4. A. T. Bajkova, G. Carraro, V. I. Korchagin, et al., Astrophys. J. **895** (1), id. 69 (2020).
- 5. A. T. Bajkova, A. A. Smirnov, and V. V. Bobylev, arXiv e-prints astro/ph:2305.05012 (2023).
- 6. H. Baumgardt and E. Vasiliev, Monthly Notices Royal Astron. Soc. **505** (4), 5957 (2021).
- 7. P. Bhattacharjee, S. Chaudhury, and S. Kundu, Astrophys. J. **785** (1), article id. 63 (2014).
- 8. J. Binney and D. Spergel, Astrophys. J. **252**, 308 (1982).
- 9. V. V. Bobylev and A. T. Bajkova, Astronomy Letters **42** (4), 228 (2016).

12. B. P. Kondratyev, E. N. Kireeva, V. S. Kornoukhov, and N. G. Trubitsyna, Astrophysics 65 (3), 345 (2022).
13. D. Massari, H. H. Koppelman, and A. Helmi, Astron. and Astrophys. 630, id. L4 (2019).

14. A. V. Mel'nikov, Solar System Research **52** (5), 417 (2018).

10. Brown et al. (Gaia Collab.), A. G. A. Brown, A. Vallenari, et al., Astron. and Astrophys. **649**, id. A1

11. W. E. Harris, arXiv e-prints astro/ph:1012.3224

- 15. M. Miyamoto and R. Nagai, Publ. Astron. Soc. Japan **27**, 533 (1975).
- 16. J. F. Navarro, C. S. Frenk, and S. D. M. White, Astrophys. J. **490** (2), 493 (1997).
- 17. K. F. Ogorodnikov, *Dynamics of stellar systems* (Oxford: Pergamon, 1965).
- J. Palous, B. Jungwiert, and J. Kopecky, Astron. and Astrophys. 274, 189 (1993).
- 19. H. D. Parul, A. A. Smirnov, and N. Y. Sotnikova, Astrophys. J. **895** (1), id. 12 (2020).
- 20. R. Schönrich, J. Binney, and W. Dehnen, Monthly Notices Royal Astron. Soc. **403** (4), 1829 (2010).

- 21. A. A. Smirnov, A. T. Bajkova, and V. V. Bobylev, Izvestiya Glavnoi astronomicheskoi observatorii v Pulkove **228**, 157 (2023).
- 22. E. Vasiliev, Monthly Notices Royal Astron. Soc. **484** (2), 2832 (2019).
- 23. E. Vasiliev and H. Baumgardt, Monthly Notices Royal Astron. Soc. **505** (4), 5978 (2021).
- 24. Y. Wang, E. Athanassoula, and S. Mao, Monthly Notices Royal Astron. Soc. **463** (4), 3499 (2016).

The Influence of the Bar on the Dynamics of Globular Clusters in the Central Region of the Milky Way. Frequency Analysis of Orbits According to Gaia EDR3 Data

A. T. Bajkova¹, A. A. Smirnov¹, and V. V. Bobylev¹

¹Central (Pulkovo) Astronomical Observatory RAS, St. Petersburg, 196140 Russia

This work is devoted to studying the influence of the bar on the orbital dynamics of globular clusters. The orbits of 45 globular clusters in the central galactic region with a radius of 3.5 kpc were analyzed using spectral dynamics methods in order to identify objects captured by the bar. To form the 6D phase space required for orbit integration, the most accurate astrometric data to date from the Gaia satellite (EDR3), as well as new refined average distances to globular clusters, were used. Since the parameters of the Milky Way bar are known with very great uncertainty, the orbits were constructed and their frequency analysis was carried out by varying the mass, length and angular velocity of rotation of the bar in a wide range of values with a fairly small step. The integration of orbits was carried out at 2.5 billion years ago. As a result, bar-supporting globular clusters were identified for each set of bar parameters. For the first time, an analytical expression has been obtained for the dependence of the dominant frequency f_X on the angular velocity of rotation of the bar. In addition, the probabilities of globular clusters being captured by the bar were determined when the bar parameters were varied in certain ranges of values according to a random distribution law. A list of 14 globular clusters with the most significant capture probabilities is given, with five GCs-NGC 6266, NGC 6569, Terzan 5, NGC 6522, NGC 6540-showing the probability of capture by the bar $P \ge 0.2$. A conclusion is made about the regularity of the orbits of globular clusters based on the calculation of approximations of the maximum characteristic Lyapunov exponents.

Keywords: Galaxy: bar, bulge—globular clusters: general