

УДК 524.6-32

## ГАЛАКТИЧЕСКИЕ МАЗЕРЫ: КИНЕМАТИКА, СПИРАЛЬНАЯ СТРУКТУРА И ДИНАМИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ ДИСКА

© 2017 А. С. Расторгуев<sup>1,2\*</sup>, Н. Д. Уткин<sup>1,2</sup>, М. В. Заболотских<sup>1</sup>,  
А. К. Дамбис<sup>1</sup>, А. Т. Байкова<sup>3</sup>, В. В. Бобылев<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, Москва, 119234 Россия

<sup>2</sup>Физический факультет Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, Москва, 119991 Россия

<sup>3</sup>Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, 196140

Поступила в редакцию 16 марта 2017 года; принята в печать 3 апреля 2017 года

С помощью наиболее полного на данный момент варианта метода статистических параллаксов определены кинематические параметры выборки 131 мазерного источника в рамках кинематической модели, включающей общее вращение галактического диска, эффекты, связанные со спиральной волной плотности и изменение радиальной дисперсии скоростей с галактоцентрическим расстоянием. Наблюдаемое поле скоростей лучше всего описывается моделью с постоянными значениями радиальной и вертикальной компонент тензора дисперсии скоростей,  $(\sigma U_0, \sigma W_0) \approx (9.4 \pm 0.9, 5.9 \pm 0.8)$  км с<sup>-1</sup>. Полученная кривая вращения оказалась плоской в интервале галактоцентрических расстояний от 5–6 до 15 кпк, а величина локальной скорости галактического вращения —  $V(R_0) \approx (235 - 238) \pm 7$  км с<sup>-1</sup>. Определены параметры четырехрукавного спирального узора (угол закрутки  $i \approx -1^\circ 4 \pm 0.3^\circ$  и фаза Солнца в спиральной волне  $\chi_0 \approx 125^\circ \pm 10^\circ$ ). Амплитуды возмущений радиального и тангенциального компонентов скорости, вызванных спиральной волной:  $f_R \approx -6.9 \pm 1.4$  км с<sup>-1</sup>,  $f_\Theta \approx +2.8 \pm 1.0$  км с<sup>-1</sup>. Кинематические данные дают оценку расстояния от Солнца до центра Галактики  $R_0 \approx 8.24 \pm 0.12$  кпк. Полученные параметры кривой вращения в сочетании с параметрами асимметрии Стремберга позволяют оценить экспоненциальную шкалу галактического диска  $H_D \approx 2.7 \pm 0.2$  кпк в предположении маргинальной устойчивости диска промежуточного возраста. По кинематическим данным нами также получена оценка минимальной локальной поверхностной плотности диска  $\Sigma(R_0) > 26 \pm 3 M_\odot \text{пк}^{-2}$ .

Ключевые слова: *методы: анализ данных — галактики: кинематика и динамика*

### 1. ВВЕДЕНИЕ

На протяжении многих десятилетий кинематика населений галактического диска остается актуальной задачей звездной астрономии. Основная цель исследований в этом направлении состоит в вычислении кривой вращения галактического диска, отражающей особенности распределения массы в Галактике. Кривая вращения Галактики часто используется — особенно в радиоастрономии — для получения кинематических оценок расстояний до исследуемых объектов. Для определения хода кривой вращения как правило используются выборки молодых объектов галактического диска с надежно определяемыми расстояниями (т.е. с расстояниями, определяемыми с относительно малыми случайными ошибками): классические цефеиды, молодые рассеянные скопления, Н II-облака, области

звездообразования, ОВ-звезды, ОВ-ассоциации, звезды сгущения красных гигантов и т.д. [1–20]. Демерс и Баттинелли [21] определили ход кривой вращения за солнечным кругом до расстояния 15 кпк от центра Галактики по данным об углеродных звездах. В дальнейшем они расширили исследуемую область галактоцентрических расстояний до 24 кпк [22]. Бови и др. [23] выполнили подробный анализ кинематики большой выборки красных гигантов в диапазоне галактоцентрических расстояний  $4 < R < 14$  кпк, исследованных в рамках проекта SDSS-III/APOGEE [24]. В ряде недавних исследований (например, Софуэ [25] и Бхаттачарджи и др. [26]) были предприняты попытки сочетания кривой вращения галактического диска, построенной для центральных областей Галактики, с кинематическими данными для далеких

\*E-mail: alex.rastorguev@gmail.com

звезд галактического гало, описываемыми в рамках уравнений звездной гидродинамики.

Хоперсков и Тюрина [27], а также Софуэ и др. [28] продемонстрировали большой разброс оценок круговой скорости разных объектов, полученных разными авторами, который ставит под сомнение надежность кинематических расстояний, определяемых по кривой вращения. Этот разброс можно частично объяснить использованием разными авторами несогласованных между собой шкал расстояний для разных объектов, различием принятых значений расстояния от Солнца до центра Галактики, использованием разных методов для исследования поля пространственных скоростей, а также неучетом эффектов, связанных с неосесимметричностью реального распределения массы, т.е. влияния бара и спиральных волн плотности.

При построении моделей нашей Галактики важную роль играет учет влияния массивного галактического бара на кинематику диска, в первую очередь на ход кривой вращения в пределах 4 кпк от центра Галактики. Сейчас можно, пожалуй, с уверенностью утверждать, что асимметрия кривой нейтрального водорода, построенной методом касательной точки, впервые замеченная Керром [29, 30] и впоследствии подтвержденная другими авторами (например, Ливайном и др. [31]), вызвана именно этим эффектом. Серьезным аргументом в пользу такой точки зрения являются данные моделирования влияния массивного бара на результаты определения хода кривой вращения в центральной части Галактики (Шмэн и др. [32]). В частности, в вышеупомянутой работе показано, что неучет этих эффектов при декомпозиции кривой вращения может приводить к завышению оценки массы балджа в несколько раз. В этом случае вычисленная кривая вращения в пределах около 2 кпк от центра Галактики оказывается систематически выше «истинной» кривой.

Накопление наблюдательных данных о мазерных источниках (см. обзор Рида и Моргана [33]) открыло новые возможности для детального исследования состояния и кинематики тонкого галактического диска. В ряде недавних работ [34–42] мазерные источники использовались для определения хода кривой вращения и оценки параметров спиральной структуры нашей Галактики. В частности, Бобылев и Байкова [43] оценили угол закрутки спиральных ветвей нашей Галактики по пространственному распределению мазерных источников.

Данная работа также посвящена исследованию кинематики самой большой на данный момент выборки галактических мазеров, описание которой приводится в разделе «Наблюдательные данные».

Мы предприняли попытку совместного определения хода кривой вращения и систематических отклонений от нее, вызванных возмущениями от спиральной волны плотности, а также уточнения шкалы расстояний мазеров методом статистических параллаксов. Для решения этой задачи предлагается новый метод описания поля пространственных скоростей, позволяющий определить зависимость осей эллипсоида остаточных скоростей от галактоцентрического расстояния и оценить экспоненциальную шкалу диска.

## 2. НАБЛЮДАТЕЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

В данной работе используются данные о мазерных источниках, связанных с очень молодыми звездами, расположенными в областях звездообразования. На данный момент несколькими группами исследователей выполнены высокоточные астрометрические РСДБ-измерения для более чем 140 объектов и определены их тригонометрические параллаксы и собственные движения с ошибками, не превышающими соответственно 10% и 1 мсд год<sup>-1</sup>.

Одним из таких наблюдательных обзоров является японский проект VERA (VLBI Exploration of Radio Astrometry), в рамках которого исследуются галактические H<sub>2</sub>O [44] и SiO [45] мазеры (последние очень редко встречаются среди молодых объектов) на частотах 22 и 43 ГГц соответственно.

РСДБ-наблюдения H<sub>2</sub>O- и CH<sub>3</sub>OH-мазеров выполняются в США на частотах 22 и 12 ГГц соответственно. CH<sub>3</sub>OH-мазеры также наблюдаются на европейской РСДБ-сети [46]. Эти два проекта теперь объединены в рамках совместной программы<sup>1</sup> (Bar and Spiral Structure Legacy Survey [47]).

Для тех же целей выполняются РСДБ-наблюдения радиозвезд в континууме на частоте 8.4 ГГц (Торрес и др. [48], Дзиб и др. [49]). В рамках этой программы исследуются радиоисточники в Местном рукаве — в основном связанные с протозвездами<sup>2</sup>.

Мы используем данные о мазерных источниках, которые ассоциируются с очень молодыми звездами и протозвездами. С каждым таким объектом связаны многочисленные группы «пятен» (порой до нескольких десятков), показывающих значительный разброс значений лучевой скорости. Такой разброс вызван тем, что горячие мазерные «пятна» излучения возникают в различных пространственных областях с различающимися кинематическими свойствами: (а) в протозвездных дисках, (б) в биполярных джетах, (в) у ряда сверхгигантов (в нашем

<sup>1</sup><http://www3.mpifr-bonn.mpg.de/staff/abrunthaler/BeSSeL/index.shtml>

<sup>2</sup><http://www.crya.unam.mx/~l.loinard/Gould/>

списке это, например, звезда S Per) в протяженной околозвездной оболочке. Имеется несколько обзоров, посвященных определению характеристик мазерных источников в областях активного звездообразования. Например, обзорный каталог метанольных мазеров Песталоцци и др. [50] включает более 500 источников, а каталог водяных мазеров Вальдетаро и др. [51] содержит данные о более чем 1000 источников. В этих каталогах для каждой области указаны три значения лучевой скорости — два граничных и среднее. На такое среднее значение и ориентируются авторы, публикующие данные об измерении кинематических параметров. Иногда используются лучевые скорости, снятые с карты скоростей молекулярных облаков Дейма и др. [52] (например, звезда EC 95, которая наблюдалась в континууме).

Объем выборки мазеров, охваченных РСДБ-измерениями, быстро увеличивается. Так, первый список объектов с измеренными тригонометрическими параллаксами, собственными движениями и лучевыми скоростями насчитывал всего 18 источников (Рид [34]). В результате анализа этой выборки была получена неожиданно большая для того времени оценка скорости кругового вращения в окрестностях Солнца —  $V_0 \sim 250 \text{ км с}^{-1}$  — и значительное отставание кругового вращения областей звездообразования (около  $15 \text{ км с}^{-1}$ ) (Рид и др. [34], Баба и др. [53], Бови и др. [23], МакМиллан и Бинни [54]). Влияние спиральной волны плотности, которое особенно сильно проявляется в радиальных компонентах скоростей, было выявлено по данным для выборки из 28 мазеров (Бобылев и Байкова [55]).

Хонма и др. [56] определили фундаментальные параметры галактического диска по выборке из 52 мазеров.

В самом последнем «общем» обзоре астрометрических измерений галактических мазеров (Рид и др. [39]) приводятся данные о 103 источниках. Уже после этого обзора вышел ряд публикаций, посвященных анализу мазеров, расположенных в отдельных спиральных рукавах Галактики, с уточненными данными для некоторых источников. Ву и др. [57] исследовали рукав Киля—Стрельца (18 источников), Чои и др. [58] — рукав Персея (25 источников), Сато и др. [59] — рукав Щита (16 источников), Хачисука и др. [60] — Внешний рукав (5 источников) и Санна и др. [61] — внутренние области нашей Галактики (6 источников). Немногим ранее вышла работа Сю и др. [62] с результатами исследования Местного рукава (30 источников).

Мы дополнили список Рида и др. [39], добавив в него результаты 40 новых астрометрических измерений и увеличив тем самым размер выборки

галактических мазеров с полным набором кинематических данных до 136 источников. Основные сведения об этих 40 мазерах и соответствующие ссылки приведены в таблице в Приложении.

### 3. МЕТОД

#### 3.1. Основные принципы

Первыми, кто использовал метод статистических параллакс для изучения кинематики объектов галактического диска, были Уилсон и др. [63]: они применили этот метод для исследования поля скоростей и оценки нуль-пункта шкалы расстояний классических цефеид, основанной на зависимости «период—светимость». Это стало возможным после опубликования Каримовой и Павловской [64] наиболее точных на то время данных о собственных движениях цефеид. Однако оценки Уилсона и др. [63] оказались не очень надежными и во многих отношениях не слишком реалистичными (например, было получено крайне малое, почти нулевое значение компонента тензора дисперсии скоростей в вертикальном направлении — около  $2 \text{ км с}^{-1}$ ) из-за слишком малого размера выборки (90 цефеид) и довольно значительных ошибок собственных движений. Объектами первого после появления каталога Hipparcos исследования галактического диска методом статистических параллакс, выполненного Лури и др. [65], также были классические цефеиды — результатом этой работы стало уточнение нуль-пункта шкалы расстояний цефеид. Однако авторы вышеупомянутой работы не пытались исследовать кинематику рассматриваемой выборки цефеид и использовали априорно принятые значения постоянных Оорта и расстояния от Солнца до центра Галактики. Первое после опубликования данных проекта Hipparcos исследование объектов галактического диска методом статистических параллакс в его полной форме, сочетающее анализ поля скоростей и уточнение нуль-пункта шкалы расстояний классических цефеид и молодых рассеянных скоплений, было выполнено Расторгуевым и др. [8]. В дальнейшем метод статистических параллакс был применен к ОВ-ассоциациям (Дамбис и др. [9]), сверхгигантам ранних спектральных классов (Дамбис и др. [10]) и к объединенной выборке молодых объектов высокой светимости разных типов (Заболотских и др. [13]).

В данной работе отклонения пространственных скоростей объектов (вычисленных на основе принятых расстояний) от модельных значений скоростей описываются ковариационной матрицей, которая определяется случайными ошибками наблюдательных данных (гелиоцентрических расстояний, лучевых скоростей и собственных движений), дисперсией скоростей объектов рассматриваемой

выборки, а также ошибками модельных значений скоростей, индуцированных случайными и систематическими ошибками принятых гелиоцентрических расстояний. Этот подход, который позволяет определять кинематические параметры методом максимума правдоподобия, был впервые в очень кратком виде сформулирован Марреем [66]. Подробные пошаговые инструкции для применения этого метода приводятся в электронном учебном пособии Расторгуева [67], а также в статьях Хаули и др. [68] и Дамбиса [69]. Основные идеи метода излагаются ниже в разделах 3.3–3.6.

### 3.2. Размеры и форма эллипсоида скоростей

Из-за большой пространственной протяженности нашей выборки необходимо также учитывать зависимость параметров эллипсоида скоростей от галактоцентрического расстояния. Отношение осей эллипсоида скоростей, параллельных галактической плоскости, должно удовлетворять соотношению Линдблада:

$$\frac{\sigma V(R)}{\sigma U(R)} = \sqrt{1 + \frac{R}{2\omega} \frac{d\omega}{dR}}. \quad (1)$$

Толщина молодого галактического диска мало меняется вдоль галактоцентрического радиуса, и поэтому можно в первом приближении считать, что

$$\sigma W(R) = \sigma W(R_0) = \sigma W_0 = \text{const.}$$

Таким образом, остается лишь решить вопрос зависимости радиальной дисперсии скоростей рассматриваемой выборки мазеров от галактоцентрического расстояния. Мы исходим из результатов численного моделирования динамической эволюции галактических дисков, выполненного Хоперсковым и др. [70]. В этой работе показано, что изначально холодный галактический диск быстро приходит в состояние маргинальной устойчивости, при котором радиальная дисперсия скоростей достигает предельного значения, согласно критерию Тумре [71]. В частности, Сабурова и Засов [72] использовали предположение о маргинальной устойчивости для оценки масс галактических дисков.

Критерий маргинальной устойчивости в виде

$$\frac{\kappa(R)\sigma U(R)}{\Sigma(R)} > 3.36 G,$$

где  $\kappa(R)$  — эпициклическая частота,  $\Sigma(R)$  — поверхностная плотность диска, а  $G$  — гравитационная постоянная, должен действовать в отношении радиальной дисперсии скоростей звезд промежуточного возраста, которые дают основной вклад в поверхностную плотность диска. Само собой разумеется, что радиальная дисперсия скоростей

этих звезд больше соответствующего значения для самых молодых объектов, в том числе и галактических мазеров.

В варианте модели А мы дополнительно предполагаем, что локальные дисперсии скоростей объектов разного возраста пропорциональны друг другу и поверхностной плотности диска. Следовательно, из условия

$$\frac{\kappa(R)\sigma U(R)}{\Sigma(R)} \approx \text{const} (< 3.36 G)$$

вытекает следующее соотношение между значениями рассматриваемых параметров на галактоцентрическом расстоянии  $R$  и соответствующими локальными значениями в солнечной окрестности (т.е. на галактоцентрическом расстоянии  $R_0$ ):

$$\frac{\sigma U(R)}{\sigma U(R_0)} \approx \frac{\kappa(R_0)}{\kappa(R)} \exp\left(\frac{R_0 - R}{H_D}\right), \quad (2)$$

где  $H_D$  — экспоненциальная шкала диска. Таким образом, предлагаемый нами первый метод описания зависимости радиальной дисперсии скоростей от галактоцентрического расстояния позволяет независимым образом оценить экспоненциальную шкалу диска промежуточного возраста  $H_D$  по кинематическим данным. Условие (2) можно рассматривать как своего рода «уравнение состояния» для рассматриваемой выборки объектов.

Мы также рассмотрели еще два варианта изменения радиальной дисперсии скоростей: для модели В, когда радиальная дисперсия пропорциональна поверхностной плотности экспоненциального диска:

$$\frac{\sigma U(R)}{\sigma U(R_0)} \approx \exp\left(\frac{R_0 - R}{H_D}\right), \quad (3)$$

и для модели С — случай постоянной радиальной дисперсии скоростей, т.е.

$$\sigma U(R) = \sigma U(R_0) = \sigma U_0 = \text{const.}$$

### 3.3. Кинематические модели

В данной работе рассматриваются две кинематические модели. Первая включает только дифференциальное вращение Галактики с угловой скоростью  $\omega(R)$  и движение Солнца относительно локальной выборки:

$$\begin{pmatrix} V_r \\ kr\mu_l \\ kr\mu_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_0(\omega - \omega_0) \sin l \cos b \\ (R_0 \cos l - r \cos b)(\omega - \omega_0) - r\omega_0 \cos b \\ -R_0(\omega - \omega_0) \sin l \sin b \end{pmatrix} - G^T \times \begin{pmatrix} U_0 \\ V_0 \\ W_0 \end{pmatrix} = \delta \vec{V}_{\text{loc}}, \quad (4)$$

где  $V_r$  — лучевая скорость,  $r$  — принятое гелиоцентрическое расстояние до объекта (в кпк),  $(\mu_l, \mu_b)$  — компоненты собственного движения в направлении галактических координат (в миллисекундах дуги в год),  $(U_0, V_0, W_0)$  — компоненты скорости локальной выборки относительно Солнца,  $k = 4.741 \text{ км с}^{-1} \text{ кпк}^{-1} (\text{мсд год}^{-1})$ , а  $T$  означает «транспонирование».

Матрица вращения  $G$

$$G = \begin{pmatrix} \cos b \cos l & -\sin l & -\sin b \cos l \\ \cos b \sin l & \cos l & -\sin b \sin l \\ \sin b & 0 & \cos b \end{pmatrix} \quad (5)$$

преобразует компоненты скорости объекта

$$\vec{V}_{\text{loc}} = \begin{pmatrix} V_r \\ kr \mu_l \\ kr \mu_b \end{pmatrix} \quad (6)$$

из локальной системы координат (связанной с направлением на объект) в компоненты скорости

$$\vec{V}_{\text{gal}} = \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} = G \times \vec{V}_{\text{loc}}$$

в гелиоцентрической прямоугольной системе координат  $(x, y, z)$ , начало которой совпадает с положением Солнца, ось  $x$  направлена к центру Галактики, ось  $y$  — в направлении галактического вращения, а ось  $z$  — к северному полюсу Галактики.

Вторая модель включает также вклад некруговых движений, вызванных спиральной волной плотности и вычисляемых в рамках линейного приближения:

$$\begin{pmatrix} V_r \\ kr \mu_l \\ kr \mu_b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} R_0(\Omega - \Omega_0) \sin l \cos b \\ (R_0 \cos l - r \cos b)(\Omega - \Omega_0) - r\Omega_0 \cos b \\ -R_0(\Omega - \Omega_0) \sin l \sin b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -(R_0(\frac{\Pi}{R} - \frac{\Pi_0}{R_0}) \cos l - \frac{\Pi}{R} r \cos b) \cos b \\ R_0(\frac{\Pi}{R} - \frac{\Pi_0}{R_0}) \sin l \\ (R_0(\frac{\Pi}{R} - \frac{\Pi_0}{R_0}) \cos l - \frac{\Pi}{R} r \cos b) \sin b \end{pmatrix} - G^T \times \begin{pmatrix} U_0 \\ V_0 \\ W_0 \end{pmatrix} = \delta \vec{V}_{\text{loc}}, \quad (7)$$

где  $R$  и  $R_0$  — расстояния от объекта и Солнца до центра Галактики,  $\Pi$  и  $\Pi_0$  — радиальные возмущения скорости объекта и Солнца. Модифицированные угловые скорости

$$\Omega = \omega + \frac{\Theta}{R}, \quad \Omega_0 = \omega_0 + \frac{\Theta_0}{R_0}, \quad (8)$$

включают тангенциальные возмущения скорости объекта и Солнца, а  $\Pi$ ,  $\Pi_0$ ,  $\Theta$  и  $\Theta_0$  задаются соотношением (21).

В обеих моделях (4) и (7) разность  $\delta \vec{V}_{\text{loc}}$  наблюдаемых и модельных значений скоростей представляет собой случайный вектор с ковариационной матрицей, приведенной в разделе 3.4.

### 3.4. Ковариационная матрица

Используемый в данной работе метод максимума правдоподобия позволяет определить не только основные кинематические характеристики выборки, но и вычислить систематическую поправку к принятой шкале расстояний [66–69]. Далее будем считать, что истинное расстояние  $r_t$  связано с принятым расстоянием  $r$  как  $r_t = r/p$ , где  $p$  — поправочный множитель к шкале расстояний.

Полная ковариационная матрица вектора  $\vec{V}_{\text{loc}}$  включает ошибки наблюдательных данных, «космическую» дисперсию (трехмерное распределение остаточных скоростей) и ошибки модельного поля скоростей, индуцированные случайными и систематическими ошибками принятых расстояний [67]:

$$L_{\text{loc}} = L_{\text{err}} + L_{\text{resid}} + \delta L. \quad (9)$$

Вектор ошибок наблюдаемых скоростей на принятом расстоянии  $r$  в локальной системе координат задается формулой

$$\vec{\delta V}_{\text{loc}} = \begin{pmatrix} \delta V_r \\ kr \delta \mu_l \\ kr \delta \mu_b \end{pmatrix}, \quad (10)$$

и поэтому в отсутствии корреляций между ошибками лучевых скоростей и ошибками собственных компонентов движений (что справедливо в случае рассматриваемой выборки мазерных источников) ковариационная матрица ошибок наблюдаемых величин имеет вид

$$L_{\text{err}} = \langle \delta \vec{V}_{\text{loc}} \cdot \delta \vec{V}_{\text{loc}}^T \rangle = \begin{pmatrix} \sigma_{V_r}^2 & 0 & 0 \\ 0 & k^2 r^2 \sigma_{\mu_l}^2 & k^2 r^2 \sigma_{\mu_l} \sigma_{\mu_b} \rho_{\mu_l \mu_b} \\ 0 & k^2 r^2 \sigma_{\mu_l} \sigma_{\mu_b} \rho_{\mu_l \mu_b} & k^2 r^2 \sigma_{\mu_b}^2 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где угловые скобки означают усреднение по объектам в рассматриваемой области, а  $\rho_{\mu_l \mu_b}$  — коэффициент корреляции между ошибками компонентов собственного движения. Данные для мазерных источников приведены в экваториальной системе координат в предположении отсутствия корреляции между ошибками компонентов собственного движения по прямому восхождению и склонению. Для упрощения расчетов ковариационная матрица  $L_{\text{err}}$  сначала вычисляется в экваториальной системе координат, а затем преобразуется в галактическую систему координат.

Ковариационная матрица  $L_{\text{resid}}$ , характеризующая естественный разброс скоростей звезд в Галактике и обычно описываемая трехмерным нормальным распределением с главными осями  $(\sigma U, \sigma V, \sigma W)$ , в первом приближении вычисляется в предположении, что оси  $(\sigma U, \sigma V)$  параллельны плоскости Галактики, и большая ось направлена к галактическому центру. Для учета ориентации эллипсоида скоростей в области объекта относительно луча зрения введем вспомогательный угол  $\varphi$  (угол между проекциями луча зрения и большой оси эллипсоида на плоскость Галактики). Легко показать, что этот угол равен

$$\text{tg } \varphi = \frac{R_0 \sin l}{R_0 \cos l - r \cos b}.$$

Матрица вращения

$$G_S = \begin{pmatrix} \cos b \cos \varphi & \cos b \sin \varphi & \sin b \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ -\sin b \cos \varphi & -\sin b \sin \varphi & \cos b \end{pmatrix} \quad (12)$$

задает преобразование из системы координат, связанной с осями эллипсоида скоростей, в локальную систему координат, связанную с направлением на объект. В системе координат, связанной с главными осями эллипсоида скоростей, ковариационная матрица имеет следующий вид

$$L_0 = \begin{pmatrix} \sigma U^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma V^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma W^2 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

При переходе к локальной системе координат она преобразуется согласно известной формуле:

$$L_{\text{resid}} = G_S \times L_0 \times G_S^T. \quad (14)$$

С учетом систематической поправки  $p$  к принятой шкале расстояний ковариационная матрица  $L_{\text{resid}}$  принимает вид

$$L_{\text{resid}} = P \times G_S \times L_0 \times G_S^T \times P^T, \quad (15)$$

где мы вводим матрицу

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{pmatrix},$$

которая связывает компоненты вектора пространственной скорости  $\vec{V}_{\text{loc}}$ , определенные для принятых значений гелиоцентрических расстояний  $r$ , с соответствующими величинами, вычисленными для истинных гелиоцентрических расстояний  $r_t$  объектов.

Наименьший вклад в ковариационную матрицу вносит третий член, который пропорционален квадрату случайной ошибки шкалы расстояний. Этот член включает систематическую скорость, ее

первую производную по гелиоцентрическому расстоянию и матрицу «космической» дисперсии:

$$\delta L = (\sigma_\pi / \pi)^2 \times [M \times G_S \times L_0 \times G_S^T \times M^T + \vec{\Upsilon} \times \vec{\Upsilon}^T], \quad (16)$$

где для упрощения формул мы ввели следующий вспомогательный вектор

$$\vec{\Upsilon} = M \times [G^T \times \vec{V}_0 + \vec{V}_{\text{sys}}] - r/p \times P \times \partial \vec{V}_{\text{sys}} / \partial r$$

и матрицу

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Здесь

$$\vec{V}_0 = \begin{pmatrix} U_0 \\ V_0 \\ W_0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

есть вектор скорости выборки объектов относительно Солнца, а

$$\vec{V}_{\text{sys}} = \vec{V}_{\text{rot}} + \vec{V}_{\text{spir}} \quad (18)$$

есть полная скорость систематических движений, включающая вклад дифференциального вращения диска и возмущений, вызванных спиральной структурой. При этом все компоненты полной ковариационной матрицы  $L_{\text{loc}}$  вычисляются для принятых гелиоцентрических расстояний до объектов.

### 3.5. Систематическое поле скоростей: круговые движения и линейные волны плотности

В наших моделях чисто круговые движения (дифференциальное вращение диска) описываются путем разложения разности угловых скоростей по степеням разности галактоцентрического расстояния объекта и расстояния от Солнца до центра Галактики

$$(\omega - \omega_0) \approx \sum_{n=1}^M \frac{1}{n!} \frac{\partial^n \omega_0}{\partial r^n} (R - R_0)^n, \quad (19)$$

а порядок разложения  $M$  равен 4 или 5.

Вызванные спиральной волной плотности кинематические возмущения описываются в рамках линейной теории Линя и Шу [73] и Линя и др. [74]. Отстающий спиральный узор описывается следующей формулой для фазового угла объекта относительно волны плотности:

$$\chi - \chi_0 = m(\psi - \text{ctg } i \times \lg \frac{R}{R_0}). \quad (20)$$

Здесь  $\chi_0$  — фаза Солнца,  $i$  — угол закрутки спиралей (для отстающего узора его значение отрицательно),  $\psi$  — галактоцентрический позиционный

угол объекта, отсчитываемый от направления на Солнце в направлении вращения диска, а  $m$  — число спиральных рукавов. Далее мы полагаем  $m = 4$ , учитывая веские свидетельства в пользу четырехрукавного спирального узора, полученные в ряде недавних исследований спиральной структуры нашей Галактики (Валле [75? ], Дамбис и др. [78]).

Радиальные и тангенциальные возмущения скоростей можно выразить через соответствующие амплитуды возмущений ( $f_R$ ,  $f_\Theta$ ) и их фазы:

$$\begin{pmatrix} \Pi \\ \Theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_R \times \chi \\ f_\Theta \times \sin \chi \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \Pi_0 \\ \Theta_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_R \times \cos \chi_0 \\ f_\Theta \times \sin \chi_0 \end{pmatrix}, \quad (21)$$

где  $\Pi_0$  и  $\Theta_0$  — это соответственно радиальное и тангенциальное возмущения для Солнца, которые входят в уравнения (7), (8). Здесь  $\Pi$  считается положительным в направлении от галактического центра.

Отметим еще раз, что при вычислении кинематических параметров диска с учетом как дифференциального вращения, так и возмущений, вызванных спиральной структурой, члены, описывающие вклад дифференциального вращения в приведенных выше формулах (так называемые уравнения Боттлингера) следует заменить на

$$\begin{aligned} \omega \rightarrow \Omega &= \omega + f_\Theta \times \sin \chi / R, \\ \omega_0 \rightarrow \Omega_0 &= \omega_0 + f_\Theta \times \sin \chi_0 / R_0 \end{aligned}$$

(см. также (8)), чтобы в явном виде выделить тангенциальный компонент скорости  $f_\Theta \times \sin \chi / R$ , связанный с возмущениями.

В формулу для ковариационной матрицы входят частные производные вклада систематической скорости по гелиоцентрическому расстоянию. Нетрудно вывести соответствующую формулу для дифференциального вращения:

$$\frac{\partial \vec{V}_{\text{rot}}}{r} = \begin{pmatrix} R_0 \times \frac{\partial}{\partial r} (\omega - \omega_0) \times \sin l \times \cos b \\ (R_0 \times \cos l - r \times \cos b) \times \frac{\partial}{\partial r} (\omega - \omega_0) - \omega \times \cos b \\ -R_0 \times \frac{\partial}{\partial r} (\omega - \omega_0) \times \sin l \times \sin b \end{pmatrix}, \quad (22)$$

где частная производная разности угловых скоростей равна

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\omega - \omega_0)}{\partial r} &\approx \frac{\cos b}{R} (r \cos b - R_0 \cos l) \\ &\times \sum_{n=1}^K \frac{1}{(n-1)!} \frac{\partial^n \omega_0}{\partial r^n} (R - R_0)^{n-1}, \end{aligned} \quad (23)$$

а  $K$  — порядок разложения угловой скорости в ряд Тейлора.

Формула для частной производной вклада возмущений от спиральной структуры в поле скоростей имеет несколько более сложный вид. Мы сначала запишем более простые формулы для  $D$ , производных Галактоцентрического расстояния  $R$ , позиционного угла  $\psi$  и фазы  $\chi$ :

$$\begin{aligned} D &= R_0 \cos l - r \cos b \\ \frac{\partial R}{\partial r} &= -D/R \cos b \\ \frac{\partial \psi}{\partial r} &= R_0/R^2 \cos b \sin l \\ \frac{\partial \chi}{\partial r} &= m \left( \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\partial R}{\partial r} \cot i / R \right). \end{aligned} \quad (24)$$

Общая формула для вектора-столбца частных производных

$$\frac{\partial \vec{V}_{\text{spir}}}{\partial r} = \begin{pmatrix} \partial V_r^{\text{sp}} \\ \partial V_l^{\text{sp}} \\ \partial V_b^{\text{sp}} \end{pmatrix}^T \quad (25)$$

получается слишком громоздкой, и поэтому мы здесь приводим отдельные формулы для трех компонентов этого вектора:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_r^{\text{sp}}}{\partial r} &= f_R/R \cos b (\cos b \cos \chi \\ &+ D \cos \chi \frac{\partial R}{\partial r} / R + \sin \chi \frac{\partial \chi}{\partial r}) \\ &- f_\Theta R_0/R \sin l \cos b (\cos \chi \frac{\partial \chi}{\partial r} - \sin \chi \frac{\partial R}{\partial r} / R); \\ \frac{\partial V_l^{\text{sp}}}{\partial r} &= -f_R R_0/R (\sin \chi \frac{\partial \chi}{\partial r} + \cos \chi \frac{\partial R}{\partial r} / R) \sin l \\ &+ f_\Theta / R (\cos b \sin \chi + D (\sin \chi \frac{\partial R}{\partial r} / R - \cos \chi \frac{\partial \chi}{\partial r})); \\ \frac{\partial V_b^{\text{sp}}}{\partial r} &= -\frac{\partial V_r^{\text{sp}}}{\partial r} \text{tg } b. \end{aligned}$$

### 3.6. Распределение остаточных скоростей и функция правдоподобия

Трехмерную функцию правдоподобия для распределения остаточных скоростей — разностей между наблюдаемыми и «модельными» скоростями звезд  $\delta \vec{V}_{\text{loc}}$  — можно записать в следующем общем виде (Маррей [66]):

$$\begin{aligned} &f(\delta \vec{V}_{\text{loc}} | \Lambda) \\ &= (2\pi)^{-3/2} |L_{\text{loc}}|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2} \delta \vec{V}_{\text{loc}}^T L_{\text{loc}}^{-1} \delta \vec{V}_{\text{loc}}\right\}, \end{aligned}$$

где  $\Lambda$  представляет собой набор неизвестных параметров задачи, описывающих модельное поле

скоростей,  $|L_{\text{loc}}|$  и  $L_{\text{loc}}^{-1}$  — определитель и обратная матрица ковариации  $L_{\text{loc}}$  (9) соответственно, вычисляемой индивидуально для каждого объекта выборки. Отметим, что матрица ковариации также зависит от вектора параметров  $\Lambda$ . Функция распределения имеет смысл плотности вероятности распределения остаточной скорости конкретной звезды. Поскольку в пространстве скоростей звезд можно считать не зависящими друг от друга, их  $N$ -частичная функция распределения будет равна произведению функций  $f_i(\delta\vec{V}_{\text{loc}} | \Lambda)$  для всех звезд выборки:

$$F(\delta\vec{V}_{\text{loc}}(1), \dots, \delta\vec{V}_{\text{loc}}(N) | \Lambda) = \prod_{i=1}^N f_i(\delta\vec{V}_{\text{loc}} | \Lambda), \quad (26)$$

где  $N$  — число объектов. Суть метода максимального правдоподобия состоит в том, что наблюдаемое распределение скоростей считается наиболее вероятным из всех возможных распределений (раз уж оно состоялось). Следовательно, вектор параметров  $\Lambda$  (наряду с параметрами кинематической модели включающий и поправочный множитель шкалы расстояний  $p$ ), входящий в выражение для плотности вероятности  $f$  остаточных скоростей, следует выбрать таким, чтобы вероятность  $F(\Lambda)$  на реальной выборке объектов достигала своего *максимального значения*. Эта задача обычно решается путем минимизации логарифма  $N$ -частичной плотности вероятности  $F$ , взятой с обратным знаком, так называемой *функции правдоподобия*

$$\begin{aligned} LF(\Lambda) &= -\ln F(\delta\vec{V}_{\text{loc}}(1), \dots, \delta\vec{V}_{\text{loc}}(N) | \Lambda) \\ &= -\sum_{i=1}^N \ln f(\delta\vec{V}_{\text{loc}}(i) | \Lambda), \end{aligned}$$

и сведения задачи к стандартному поиску *минимума функции правдоподобия*  $LF(\Lambda)$  с помощью одного из эффективных алгоритмов *многомерной оптимизации*. Подставив в записанную выше формулу выражение для плотности вероятности  $f(\delta\vec{V}_{\text{loc}}(i) | \Lambda)$ , получим явное выражение для функции правдоподобия:

$$\begin{aligned} LF(\Lambda) &= \frac{3}{2}N \ln 2\pi \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N [\ln |L_{\text{loc}}(i)| + \delta\vec{V}_{\text{loc}}^T(i) L_{\text{loc}}(i)^{-1} \delta\vec{V}_{\text{loc}}(i)], \end{aligned} \quad (27)$$

где  $i$ -я матрица ковариации  $L_{\text{loc}}(i)$  дается выражением (9), вектор остаточной пространственной скорости  $\delta\vec{V}_{\text{loc}}(i)$  — выражением (4) или (7), а суммирование выполняется по индексу  $i$ , номеру текущего объекта выборки.

### 3.7. Оценка ошибок параметров кинематической модели

Функция правдоподобия  $LF(\Lambda)$  представляет собой сложную нелинейную функцию неизвестных кинематических параметров и поправочного множителя шкалы расстояний. В окрестности глобального минимума ее можно с хорошей точностью аппроксимировать многомерной квадратичной функцией по всем переменным (отметим, что большинство методов оптимизации опирается именно на такое представление целевой функции). Строго говоря, доверительные интервалы для неизвестных кинематических параметров (т.е. их среднеквадратические ошибки) можно оценить по проекциям сечения профиля функции правдоподобия гиперповерхностью  $LF(\Lambda) = LF_0 + 1$  (где  $LF_0$  — минимальное значение функции правдоподобия, достигнутое в процессе оптимизации) на оси параметров  $\Lambda$  (Пресс и др. [79]). Таким методом мы можем оценить не только ошибки найденных параметров модели, но и их взаимные корреляции (см. далее в разделе 4.1). Ошибки параметров, приведенные в таблицах 1–4, были оценены именно таким способом, и, как следует из [79], соответствуют доверительным интервалам 68% для каждого из параметров.

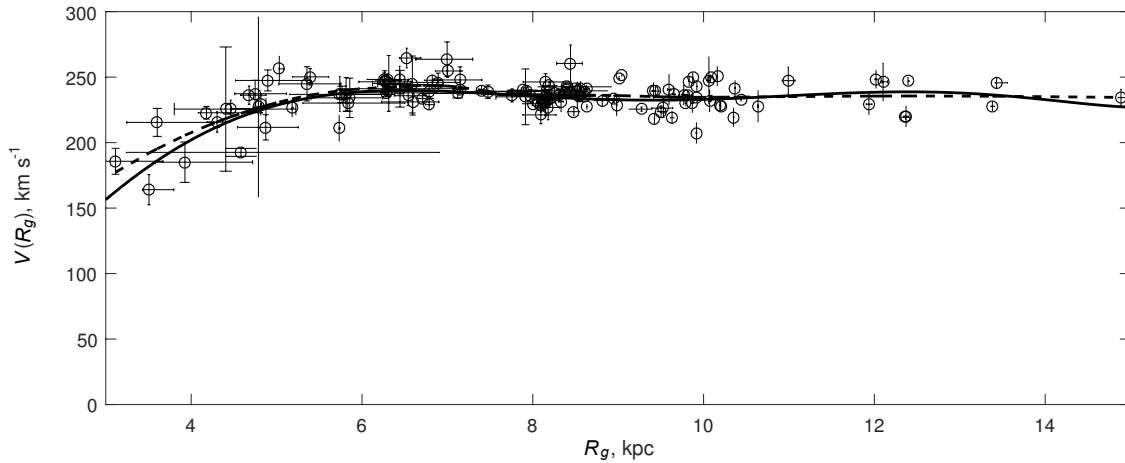
## 4. РЕЗУЛЬТАТЫ

### 4.1. Кинематические параметры экстремально молодого населения диска Галактики

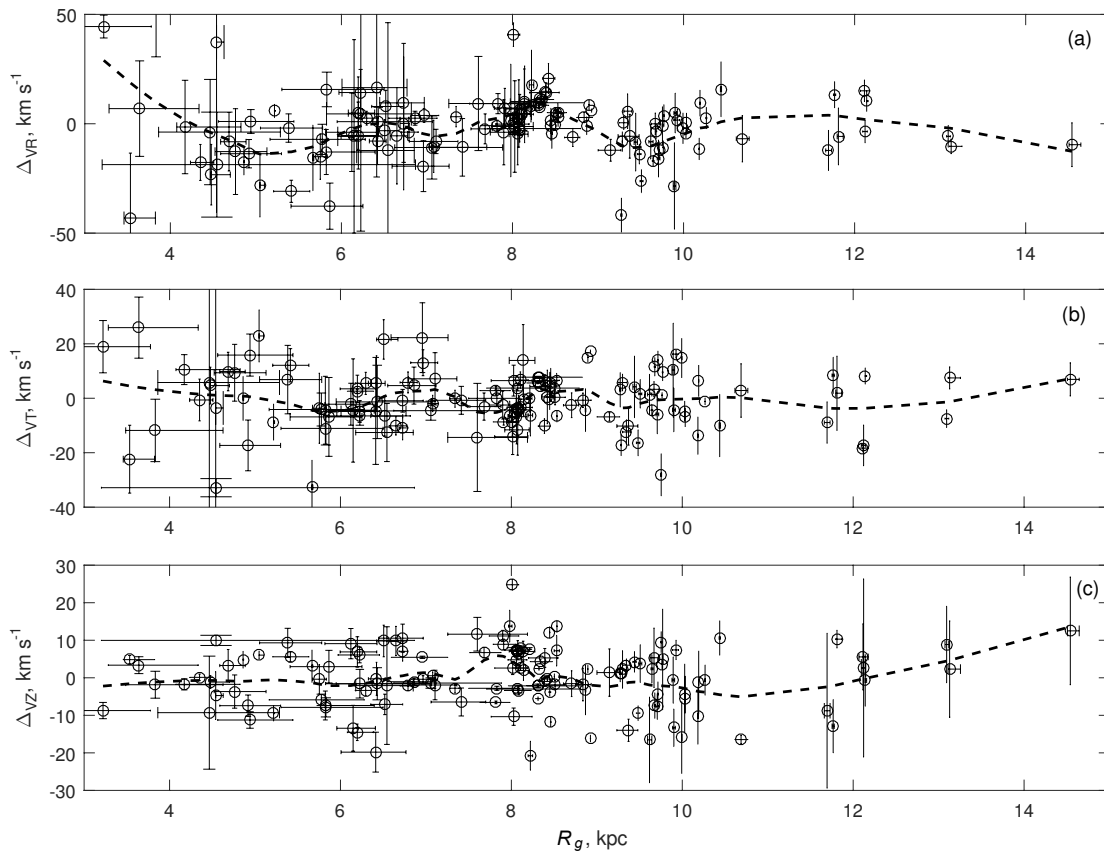
Мы провели все вычисления для выборки мазеров с галактоцентрическими расстояниями, превышающими 3 кпк, чтобы по возможности уменьшить динамическое влияние галактического бара на вычисляемые кинематические параметры выборки (Шмэн и др. [32]). Из оригинальной полной выборки были также исключены три объекта, у которых отклонения наблюдаемых пространственных скоростей от модельных значений превышали  $3\sigma$  при формально малых ошибках наблюдаемых скоростей. Окончательная выборка включает 131 мазерный источник. Результаты вычислений приведены в таблицах 1–4, в которых представлены найденные нами значения кинематических параметров и их среднеквадратических ошибок для четырех моделей: A1, A2, C1, C2, а также указаны минимальные значения функции правдоподобия  $LF_{\text{min}}$ .

Модель A1 включает дифференциальное вращение и возмущения от спирального узора (7), в то время как модель A2 включает только дифференциальное вращение (4); обе эти модели используют «уравнение состояния» диска типа Тумре (2), т.е.





**Рис. 1.** Кривая вращения диска Галактики. Сплошная линия — решение для разложения угловой скорости вращения до 4-го порядка по разности расстояний (модель С1). Показаны значения тангенциальных скоростей мазеров и их среднеквадратические ошибки, рассчитанные непосредственно по их гелиоцентрическим расстояниям, лучевым скоростям и собственным движениям для величины скорости Солнца, найденной в данной работе, а также ошибки расстояний, вычисленные по погрешностям параллаксов. Штриховой линией показана зависимость тангенциальных скоростей мазеров от галактоцентрического расстояния, сглаженная методом скользящей регрессии второго порядка (LOESS).



**Рис. 2.** Остаточные уклонения компонентов пространственной скорости мазеров ( $\Delta v_R$ ,  $\Delta v_T$ ,  $\Delta v_Z$ ) — (a), (b) и (c) соответственно от модели С2 с чисто круговыми движениями.

**Таблица 1.** Модель A1: вращение диска и возмущения от спирального четырехрукавного узора (разложение угловой скорости вращения до 4-го порядка), «уравнение состояния» типа Тумре (2)

$p$	$0.979 \pm 0.018$
$R_0$ , кпк	$8.21 \pm 0.12$
$H_D$ , кпк	$4.31 \pm 0.90$
$U_0$ , $\text{km s}^{-1}$	$-11.06 \pm 1.31$
$V_0$ , $\text{km s}^{-1}$	$-18.26 \pm 1.19$
$W_0$ , $\text{km s}^{-1}$	$-8.76 \pm 1.06$
$\sigma U_0$ , $\text{km s}^{-1}$	$10.02 \pm 0.90$
$\sigma W_0$ , $\text{km s}^{-1}$	$5.74 \pm 0.75$
$f_R$ , $\text{km s}^{-1}$	$-6.80 \pm 1.37$
$f_\Theta$ , $\text{km s}^{-1}$	$+3.10 \pm 0.95$
$\chi_0$ , deg	$123.1 \pm 10.1$
$i$ , deg	$-10.44 \pm 0.29$
$\omega_0$ , $\text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$	$28.94 \pm 0.51$
$d\omega/dR$ , $\text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-2}$	$-3.91 \pm 0.07$
$d^2\omega/dR^2$ , $\text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-3}$	$0.86 \pm 0.03$
$d^3\omega/dR^3$ , $\text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-4}$	$0.01 \pm 0.03$
$d^4\omega/dR^4$ , $\text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-5}$	$-0.08 \pm 0.10$
$LF_{\min}$	1085.7870

**Таблица 2.** Модель A2: чисто круговое вращение диска, фиксированный коэффициент шкалы расстояний  $p = 1.00$  (разложение угловой скорости вращения до 5-го порядка), «уравнение состояния» типа Тумре (2)

$p$	1.00
$R_0$ , кпк	$8.31 \pm 0.13$
$H_D$ , кпк	$4.34 \pm 0.75$
$U_0$ , $\text{km s}^{-1}$	$-7.73 \pm 1.52$
$V_0$ , $\text{km s}^{-1}$	$-17.69 \pm 1.20$
$W_0$ , $\text{km s}^{-1}$	$-8.64 \pm 0.91$
$\sigma U_0$ , $\text{km s}^{-1}$	$11.59 \pm 0.95$
$\sigma W_0$ , $\text{km s}^{-1}$	$5.65 \pm 0.80$
$\omega_0$ , $\text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$	$29.03 \pm 0.52$
$d\omega/dR$ , $\text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-2}$	$-3.94 \pm 0.08$
$d^2\omega/dR^2$ , $\text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-3}$	$1.13 \pm 0.07$
$d^3\omega/dR^3$ , $\text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-4}$	$-0.06 \pm 0.11$
$d^4\omega/dR^4$ , $\text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-5}$	$-0.30 \pm 0.02$
$d^5\omega/dR^5$ , $\text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-6}$	$0.14 \pm 0.02$
$LF_{\min}$	1465.8692

связь радиальной дисперсии скоростей с галактоцентрическим расстоянием и поверхностной плотностью диска. В рамках моделей A мы оценили значение радиальной экспоненциальной шкалы диска:  $H_D \sim 4.3 \pm 0.9$  кпк.

Модели C1, C2 отличаются от моделей A1, A2 тем, что радиальная дисперсия скоростей считается постоянной — не зависящей от галактоцентрического расстояния.

Нами были также проведены вычисления для моделей B1, B2, аналогичных моделям A1, A2, но с простой экспоненциальной зависимостью радиальной дисперсии скоростей от галактоцентрического расстояния (3); для них оценки значения экспоненциальной шкалы диска составили  $H_D \approx 18_{-10}^{+60}$  кпк и  $H_D \approx 16_{-6}^{+30}$  кпк соответственно, в то время как все остальные параметры практически совпали с соответствующими параметрами моделей C1, C2. Судя по приведенным выше большим значениям шкалы диска и их ошибок, профиль функции правдоподобия (LF) вдоль оси  $H_D$  в окрестности минимума  $LF_{\min}$  для моделей B1, B2 должен быть очень асимметричным, с длинным «хвостом» в сторону очень больших значений шкалы диска  $H_D$ , поэтому мы не приводим здесь параметров моделей B1, B2, считая, однако, что эти результаты свидетельствуют в пользу моделей

с большими (в пределе бесконечными) значениями шкалы диска. Именно поэтому мы ограничились рассмотрением моделей C1, C2 с постоянной радиальной дисперсией, параметры которых приведены в таблицах 3 и 4. Систематически меньшие минимальные значения функции правдоподобия  $LF_{\min}$  для моделей C1, C2 по сравнению с моделями A1, A2 (примерно на 6 и 2 единицы соответственно) указывают на то, что кинематические модели C1, C2 с постоянной радиальной дисперсией скоростей несколько лучше соответствуют наблюдениям, чем модели с переменной радиальной «температурой»  $\sigma U(R)$ .

На рис. 1 показана кривая вращения системы мазерных источников. Она остается практически «плоской» в интервале расстояний от 5–6 до 15 кпк с небольшой депрессией около 9 кпк и малыми вариациями на радиальных масштабах порядка примерно 1 кпк, которые, как можно полагать, связаны с возмущениями от спирального узора (см. также рис. 2). Скорость вращения диска на расстоянии Солнца оценивается примерно в  $V(R_0) \approx (235 - 238) \pm 7 \text{ km s}^{-1}$ .

Остаточные отклонения радиального ( $\Delta_{VR}$ ), тангенциального ( $\Delta_{VT}$ ) и вертикального ( $\Delta_{VZ}$ ) компонентов пространственной скорости от модели

**Таблица 3.** Модель C1: вращение диска и возмущения от спирального четырехрукавного узора (разложение угловой скорости вращения до 4-го порядка), постоянные значения радиальной и вертикальной дисперсий скоростей  $\sigma U$  и  $\sigma W$

$p$	$0.961 \pm 0.020$
$R_0$ , кпс	$8.27 \pm 0.13$
$U_0$ , км с <sup>-1</sup>	$-10.98 \pm 1.40$
$V_0$ , км с <sup>-1</sup>	$-19.62 \pm 1.15$
$W_0$ , км с <sup>-1</sup>	$-8.93 \pm 1.05$
$\sigma U_0$ , км с <sup>-1</sup>	$9.43 \pm 0.88$
$\sigma W_0$ , км с <sup>-1</sup>	$5.86 \pm 0.80$
$f_R$ , км с <sup>-1</sup>	$-7.00 \pm 1.48$
$f_\Theta$ , км с <sup>-1</sup>	$2.62 \pm 1.05$
$\chi_0$ , deg	$130.3 \pm 10.8$
$i$ , deg	$-10.39 \pm 0.25$
$\omega_0$ , км с <sup>-1</sup> кпс <sup>-1</sup>	$28.35 \pm 0.45$
$d\omega/dR$ , км с <sup>-1</sup> кпс <sup>-2</sup>	$-3.83 \pm 0.08$
$d^2\omega/dR^2$ , км с <sup>-1</sup> кпс <sup>-3</sup>	$1.17 \pm 0.05$
$d^3\omega/dR^3$ , км с <sup>-1</sup> кпс <sup>-4</sup>	$-0.08 \pm 0.04$
$d^4\omega/dR^4$ , км с <sup>-1</sup> кпс <sup>-5</sup>	$-0.30 \pm 0.03$
$LF_{\min}$	1079.2939

чисто кругового движения представлены на рис. 2. Хорошо заметны большие квазипериодические вариации радиальной скорости  $\Delta_{VR}$ , вызванные возмущениями от спиральной волны плотности. Тангенциальные уклонения  $\Delta_{VT}$  также заметны, хотя и несколько слабее выражены. Аналогичное поведение вертикальных компонентов скорости  $\Delta_{VZ}$  было впервые отмечено в работе [80].

Ошибки некоторых кинематических параметров наших моделей поля пространственных скоростей являются взаимно коррелированными. В качестве примера на рис. 3 и 4 показаны сечения эллипсов рассеяния отклонений параметров в проекции на плоскости  $(R_0, \omega_0)$  и  $(R_0, p)$  соответственно. Легко понять, что  $R_0$  также коррелирует с первой производной угловой скорости  $(d\omega/dR)_0$  и радиальной дисперсией скоростей  $\sigma U_0$ .

Для моделей A1 и C1 выведены очень надежные оценки параметров, ответственных за возмущения поля скоростей со стороны спиральной волны плотности. Средние значения радиальной и тангенциальной амплитуд возмущений скорости являются значимыми и равны соответственно  $f_R \approx -6.9 \pm 1.4$  км с<sup>-1</sup> и  $f_\Theta \approx +2.8 \pm 1.0$  км с<sup>-1</sup>. Среднее значение фазового угла Солнца относительно положения гребня спирального рукава

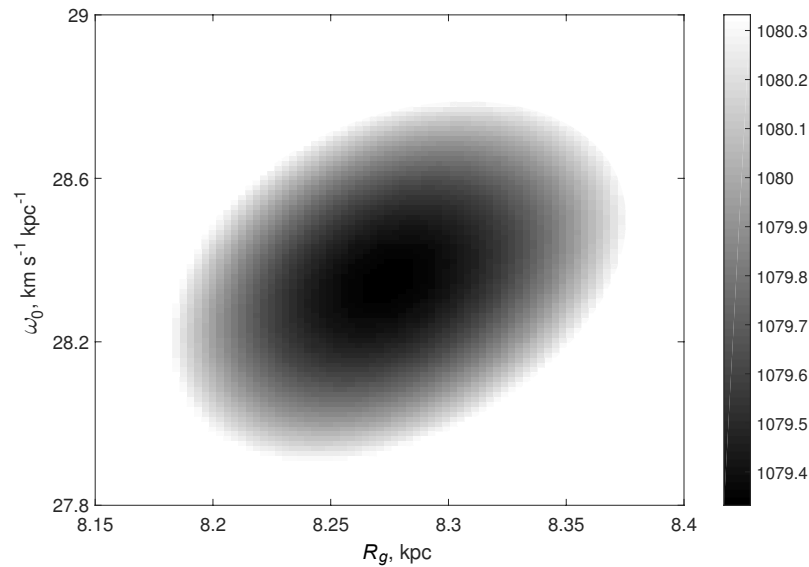
**Таблица 4.** Модель C2: чисто круговое вращение диска, фиксированный коэффициент шкалы расстояний  $p = 1.00$  (разложение угловой скорости вращения до 5-го порядка), постоянные значения радиальной и вертикальной дисперсий скоростей  $\sigma U$  и  $\sigma W$

$p$	1.00
$R_0$ , кпс	$8.19 \pm 0.12$
$U_0$ , км с <sup>-1</sup>	$-7.57 \pm 1.55$
$V_0$ , км с <sup>-1</sup>	$-18.17 \pm 1.20$
$W_0$ , км с <sup>-1</sup>	$-8.64 \pm 0.92$
$\sigma U_0$ , км с <sup>-1</sup>	$10.87 \pm 0.91$
$\sigma W_0$ , км с <sup>-1</sup>	$5.65 \pm 0.80$
$\omega_0$ , км с <sup>-1</sup> кпс <sup>-1</sup>	$28.64 \pm 0.53$
$d\omega/dR$ , км с <sup>-1</sup> кпс <sup>-2</sup>	$-4.00 \pm 0.09$
$d^2\omega/dR^2$ , км с <sup>-1</sup> кпс <sup>-3</sup>	$1.28 \pm 0.04$
$d^3\omega/dR^3$ , км с <sup>-1</sup> кпс <sup>-4</sup>	$-0.10 \pm 0.02$
$d^4\omega/dR^4$ , км с <sup>-1</sup> кпс <sup>-5</sup>	$-0.37 \pm 0.02$
$d^5\omega/dR^5$ , км с <sup>-1</sup> кпс <sup>-6</sup>	$0.19 \pm 0.02$
$LF_{\min}$	1463.7012

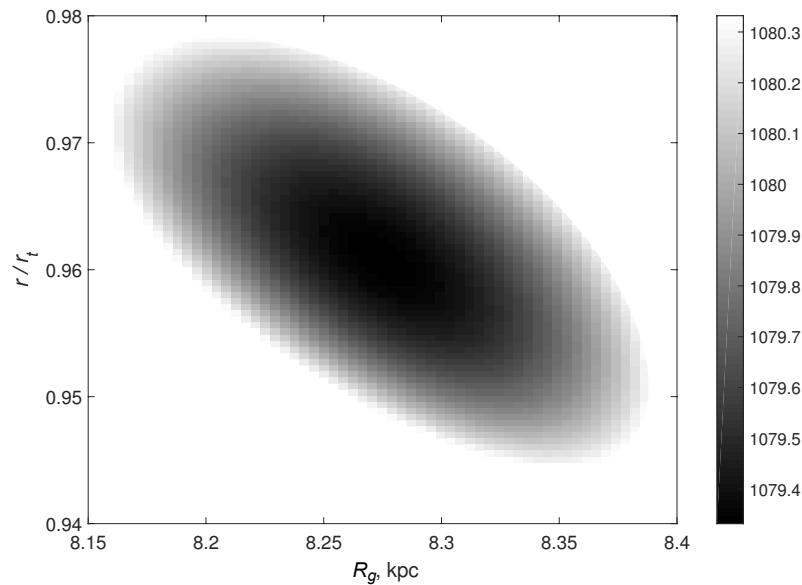
близко к  $125^\circ \pm 10^\circ$ , а оценки среднего угла закрутки четырехрукавного узора определяются очень устойчиво и с малой ошибкой:  $i \approx -10.4^\circ \pm 0.3^\circ$ . Обоснование включения возмущений от спиральной волны плотности в использованную кинематическую модель подтверждается также и значительным уменьшением минимального значения функции правдоподобия  $LF_{\min}$  (примерно на 380–384 единиц) для моделей A1–C1 по сравнению с моделями A2–C2 соответственно, описывающими только чисто круговые движения.

В модели с минимальным значением функции правдоподобия C1 (см. таблицу 3) получены оценки радиальной и вертикальной дисперсии скоростей самого молодого населения галактического диска  $\sigma U_0 \approx 9.4 \pm 0.9$  км с<sup>-1</sup> и  $\sigma W_0 \approx 5.9 \pm 0.8$  км с<sup>-1</sup> соответственно, заметно более низкие по сравнению с такими же оценками для молодых населений (рассеянных звездных скоплений и цефеид [8, 10, 13, 81]), но сравнимые с результатами изучения очень молодых OB-ассоциаций [9, 18] и цефеид долгопериодической группы [82] по данным GAIA TGAS [83].

Малые величины дисперсии скоростей  $\sigma U_0$  и  $\sigma W_0$  указывают на то, что мазерные источники, будучи представителями наиболее «холодной» популяции диска Галактики, в значительной мере



**Рис. 3.** Сечение профиля функции правдоподобия гиперповерхностью  $LF = LF_0 + 1$  вблизи глобального минимума: проекция на оси  $R_0$  и  $\omega_0$  (модель C1).



**Рис. 4.** Сечение профиля функции правдоподобия гиперповерхностью  $LF = LF_0 + 1$  вблизи глобального минимума: проекция на оси  $R_0$  и  $p$  (модель C1).

сохранили кинематические свойства межзвездной среды, из которой образовались молодые звезды, проявляющие мазерные эффекты. Отсюда мы можем заключить, что наиболее вероятное «уравнение состояния» популяции мазеров характеризуется независимостью радиальной и вертикальной дисперсий скоростей от галактоцентрического расстояния в интервале от 3–4 до 15 кпк.

Отметим еще раз, что в рамках нашего ме-

тода анализа кинематики галактических мазеров впервые учитывается изменение формы эллипсоида остаточных скоростей в соответствии с теоремой Линдблада.

Опираясь на определенные параметры кривой вращения, мы рассчитали диаграмму резонансов для четырехрукавного спирального узора (рис. 5). Эта диаграмма показывает, что четырехрукавный спиральный узор с угловой скоростью вращения

около  $25 \text{ км с}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$  может существовать в интервале галактоцентрических расстояний от 6 до 13 кпк с положением коротационного резонанса на расстоянии порядка 9.5–10 кпк, что неплохо согласуется, например, с результатами работы Дамбиса и др. [78]).

На рис. 6 показаны положения мазерных источников и картина четырехрукавного спирального узора с параметрами, определенными в данной работе кинематическими методами. Хорошо заметна концентрация мазеров к рукавам Персея, Киля–Стрельца, ко Внутреннему рукаву, а также небольшое число мазеров вблизи Внешнего рукава. Найденные нами параметры спирального узора, включая угол закрутки и фазовый угол Солнца, хорошо согласуются с параметрами, определенными ранее по пространственному распределению большой выборки цефеид [78].

#### 4.2. Шкала расстояний галактических мазеров

Прежде всего отметим, что наши оценки поправочного множителя  $p$  шкалы расстояний мазеров близки к единице для моделей A1 и C1. Мы рассчитали величины статистической поправки Лютца–Келькера [84] для пяти различных уровней относительных ошибок тригонометрических параллаксов мазеров,  $\sigma_\pi/\pi = 0.04, 0.06, 0.08, 0.10, 0.12$ , предварительно проведя модификацию стандартного выражения для поправки, взятой из оригинальной работы [84], для случая плоского пространственного распределения объектов (см. также рис. 7):

$$F(P) \sim P^{-3} \exp\left[-\frac{(P-1)^2}{2(\sigma_\pi/\pi)^2}\right], \quad (28)$$

где  $p = r_{\text{adopted}}/r_{\text{true}} = r/r_t$ . Систематическое смещение оценок медианы и среднего значения для функции распределения  $F(p)$  влево, в сторону больших расстояний, объясняется недооценкой расстояний, вычисленных по тригонометрическим параллаксам. Видно, что наши оценки величины поправочного множителя шкалы расстояний  $p \approx 0.98 \pm 0.02$  и  $p \approx 0.96 \pm 0.02$  для моделей A1 и C1 вполне соответствуют заявленной в оригинальных работах характерной точности тригонометрических параллаксов мазеров (см. рис. 8). Следовательно, шкала расстояний изучаемой выборки мазеров не нуждается в систематической коррекции, несмотря на то что средняя относительная ошибка измеренных параллаксов мазеров составляет приблизительно 5–7%. Учитывая это обстоятельство, мы положили  $p = 1.00$  в расчетах для моделей A2, C2.

Все модели A1–A2, C1–C2 приводят к очень близким оценкам величины расстояния от Солнца до центра Галактики  $R_0$  со средневзвешенным значением  $\langle R_0 \rangle \approx 8.24 \pm 0.12$  кпк, что прекрасно согласуется с большинством современных оценок.

#### 4.3. Оценка экспоненциальной шкалы диска промежуточного возраста на основе данных локальной кинематики

Выведем независимую оценку экспоненциальной шкалы диска  $H_D$  (см. выражение (3)) на основе гидродинамических уравнений звездной динамики, наблюдательных данных об асимметрии Стремберга (отставание центроидов от Местного стандарта покоя, LSR) в солнечной окрестности (Денен и Бинни [85, 86]) и полученных нами значений кинематических параметров в рамках модели (2). Как отмечалось в разделе 3.1, предположение о маргинальной устойчивости диска может быть справедливым для населений большого и промежуточного возрастов. Сделаем оценку шкалы диска для более общего случая с «уравнением состояния» типа Тумре (2), которое может оказаться справедливым и для некоторых более молодых типов населений.

Вначале запишем хорошо известное общее выражение для отставания центроидов от LSR для дисковых подсистем с относительно небольшой дисперсией остаточных скоростей:

$$\Delta\Theta = \Theta_c - \Theta_0 \approx \frac{\sigma U^2}{2\Theta_0} \left( \frac{\sigma V^2}{\sigma U^2} - R \frac{\partial}{\partial R} \ln(R\nu\sigma U^2) \right), \quad (29)$$

где  $\Theta_0$  — линейная скорость вращения диска на расстоянии  $R$  от оси вращения,  $\Theta_c$  — круговая скорость на этом расстоянии, связанная с гравитационным потенциалом Галактики соотношением

$$\Theta_c^2 = -R \frac{\partial \Phi(R, z)}{\partial R},$$

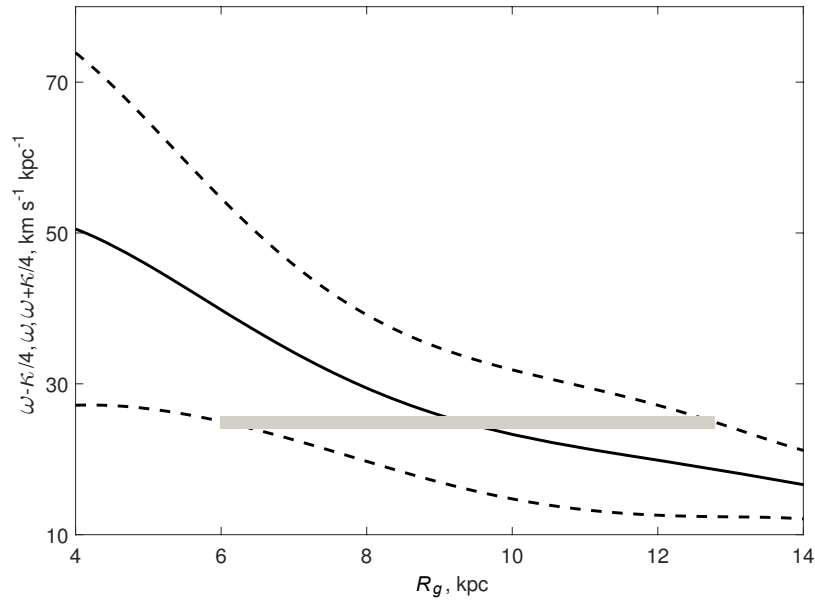
$\sigma U^2$  и  $\sigma V^2$ , как и ранее, радиальная и тангенциальная дисперсии остаточных скоростей соответственно,  $\nu$  — объемная массовая плотность диска. Как и в прежних наших расчетах, мы предполагаем, что вертикальная дисперсия скоростей постоянна и изменениями толщины диска можно пренебречь, тогда объемная массовая плотность будет пропорциональна поверхностной массовой плотности, т.е.  $\nu(R) \sim \Sigma(R) \sim \exp(-R/H_D)$ . Далее, при вычислении производной

$$\frac{\partial}{\partial R} \ln(R\nu\sigma U^2),$$

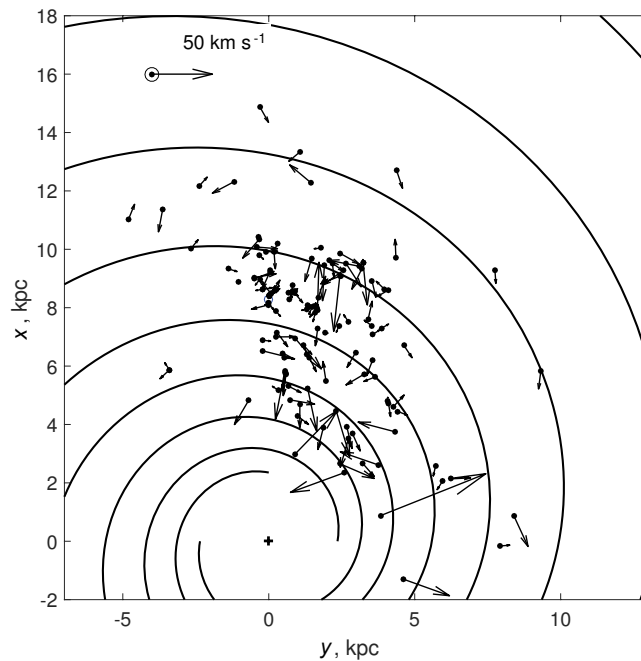
мы учтем, что изменение радиальной дисперсии скоростей  $\sigma U^2$  с расстоянием от центра Галактики связано с изменением эпициклической частоты

$$\kappa^2 = 4\omega\left(\omega + \frac{R\omega'}{2}\right)$$

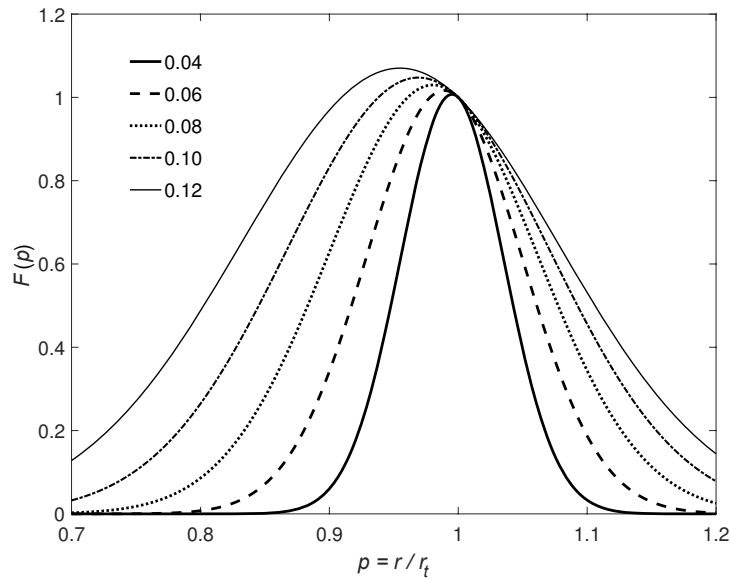
и поверхностной массовой плотностью  $\Sigma(R)$  диска соотношением типа Тумре (2).



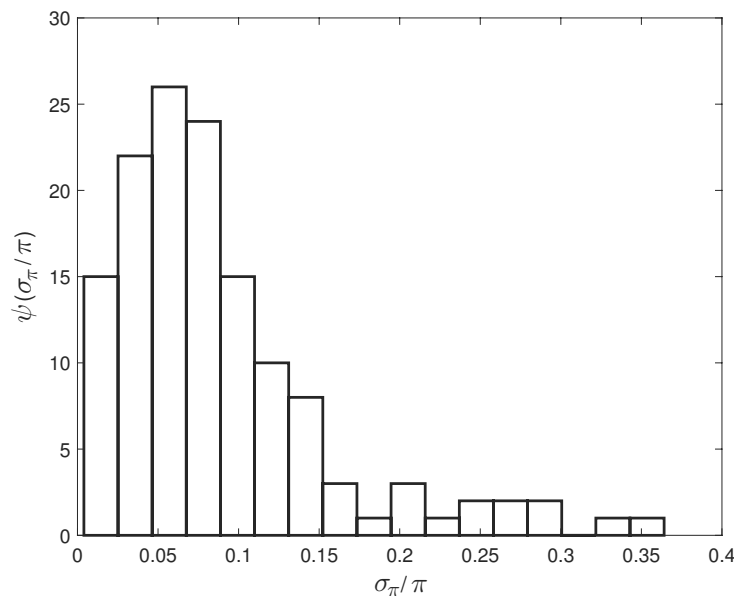
**Рис. 5.** Диаграмма резонансов для четырехрукавного спирального узора по данным о галактических мазерах. Сплошной линией показана зависимость угловой скорости вращения от галактоцентрического расстояния  $\omega(R)$ . Нижняя и верхняя штриховые линии — положения внутреннего  $(\omega(R) - \kappa(R)/4)$  и внешнего  $(\omega(R) + \kappa(R)/4)$  резонансов Линдблада соответственно ( $\kappa(R)$  — эписциклическая частота). Серая полоса соответствует угловой скорости вращения спирального узора около  $\Omega_P \approx 25 \text{ км с}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$  [78].



**Рис. 6.** Кинематический четырехрукавный спиральный узор и положения мазеров исследованной выборки в галактоцентрической прямоугольной системе координат. Стрелками показаны отклонения пространственных скоростей мазеров от модели чисто круговых движений. В левом верхнем углу для сравнения показан вектор, соответствующий скорости  $50 \text{ км с}^{-1}$ . Небольшим пустым кружком с координатами  $(0.0, 8.2)$  кпк показано положение Солнца.



**Рис. 7.** Статистическая поправка Лютца–Келькера  $F(p)$  (28), рассчитанная для разных значений относительных ошибок тригонометрических параллаксов  $\sigma_\pi/\pi = 0.04, 0.06, 0.08, 0.10, 0.12$  для плоского распределения объектов. Наши оценки поправочного множителя шкалы расстояний  $p \approx 0.98 \pm 0.02$  и  $0.96 \pm 0.02$  (модели A1, C1) полностью соответствуют характерной точности определения параллаксов мазеров со средним и медианным значениями  $\sigma_\pi/\pi \approx 0.09$  и  $0.07$  соответственно (см. рис. 8).



**Рис. 8.** Гистограмма распределения относительных ошибок измеренных параллаксов.

В процитированных работах [85] и [86] было показано, что закон отставания центроидов около-солнечных объектов диска можно записать в виде

$$\Theta_c - \Theta_0 \approx \frac{\sigma U^2}{80 [\text{км с}^{-1}]} \equiv \zeta \sigma U^2,$$

где

$$\zeta \approx \frac{1}{2\Theta_0} \left( \frac{\sigma V^2}{\sigma U^2} - R \frac{\partial}{\partial R} \ln(R\nu\sigma U^2) \right) \approx \frac{1}{80} \left[ \frac{\text{с}}{\text{км}} \right].$$

После относительно простых преобразований при-

веденных выше выражений получаем

$$H_D \approx \frac{3R}{2\Theta_0 \zeta + 1 - \frac{\sigma V^2}{\sigma U^2} - \frac{5R\omega\omega' + (\omega'^2 + \omega\omega'')R^2}{\omega(2\omega + R\omega')}}. \quad (30)$$

Подставив в формулу (30) найденные нами значения кинематических параметров диска, мы получаем оценку экспоненциальной шкалы диска

$$H_D \approx 2.7 \pm 0.20 \text{ кпк}; \quad (31)$$

среднеквадратическая ошибка оценена методом Монте-Карло с учетом ошибок всех параметров, входящих в выражение (30) для  $H_D$ .

Это значение экспоненциальной шкалы диска промежуточного возраста хорошо согласуется с оценкой Денена и Бинни [85], сделанной в предположении экспоненциального изменения радиальной дисперсии скоростей, с динамическими оценками: около 3 кпк [27],  $3.0 \pm 0.22$  кпк [87],  $2.44 \pm 0.16$  кпк [39],  $2.0 - 2.9$  кпк [88], и с результатами анализа пространственного распределения звезд по данным обзора SDSS  $2.6 \pm 0.52$  кпк [89]. Отметим, однако, что наша оценка заметно меньше полученной в работе [90] ( $3.9 \pm 0.6$  кпк) на основе данных о распределении звезд ИК-обзора GLIMPSE и несколько превышает динамическую оценку  $2.15 \pm 0.14$  кпк, полученную в [91], основанную, среди прочего, на данных о пространственном распределении звезд.

Наши оценки экспоненциальной шкалы для популяции галактических мазеров, сделанные в рамках модели А («уравнение состояния» (2) типа Тумре),

$$H_D \approx 4.3 \pm 0.8 \text{ кпк} \quad (32)$$

(см. таблицы 1, 2), заметно превышают оценку (31). Это свидетельствует о значительно большей однородности радиального распределения мазеров в галактическом диске, поэтому не удивительно, что модели С1–С2 с постоянной радиальной дисперсией скоростей обеспечивают наилучшее описание кинематики очень молодых населений. Следует еще раз отметить, что наши оценки (31) и (32) опираются одновременно на локальные и глобальные свойства кинематики выборки мазеров.

#### 4.4. Оценка локальной поверхностной плотности тонкого диска

Предположение о маргинальной устойчивости звездного диска промежуточного возраста, удовлетворяющего критерию Тумре, позволяет сделать нижнюю оценку поверхностной массовой плотности (поскольку характерная дисперсия скоростей звезд промежуточного возраста значительно превышает радиальную дисперсию скоростей выборки

мазеров (около  $10 \text{ км с}^{-1}$ ) как представителей самого молодого населения диска):

$$\Sigma(R_0) > \frac{\kappa(R_0) \sigma U_0}{3.36 G} \approx 26 \pm 3 M_\odot \text{ пк}^{-2},$$

причем среднеквадратическая ошибка оценена методом Монте-Карло на основе данных о рассеянии входящих в это выражение параметров. Характерное значение радиальной дисперсии классических цефеид моложе 150 млн лет составляет  $13-15 \text{ км с}^{-1}$  [13, 82], и оно еще выше у более старых звезд. Следовательно, можно с уверенностью предположить, что локальная поверхностная массовая плотность диска должна быть по меньшей мере вдвое выше и может достигать  $5-60 M_\odot \text{ пк}^{-2}$ .

Локальная поверхностная массовая плотность оценивалась многими исследователями. Отметим лишь сравнительно недавние работы. Так, на основе распределения старых красных гигантов в [92] получен широкий диапазон оценок:  $10 - 42 \pm 6 M_\odot \text{ пк}^{-2}$  с локальной объемной массовой плотностью около  $0.1 M_\odot \text{ пк}^{-3}$ . В работе [93] локальная поверхностная массовая плотность оценивается в  $57-79 M_\odot \text{ пк}^{-2}$  в пределах диска толщиной 1.1 кпк. В [94] на основе моделирования отношения массы к светимости для нашей Галактики получена оценка примерно  $49 M_\odot \text{ пк}^{-2}$ . Динамическая оценка, основанная на моделировании долготной зависимости максимальной скорости вращения, приводит к значению средней поверхностной плотности в солнечном круге порядка  $34-61 M_\odot \text{ пк}^{-2}$  [88]. Наконец, в работе [95] оценка локальной поверхностной массовой плотности  $40 \pm 12 M_\odot \text{ пк}^{-2}$  сделана по данным о вертикальном распределении рассеянных скоплений моложе 800 млн лет, расположенных в пределах расстояний от Солнца  $0.4-2.0$  кпк; использованы также значения постоянных Оорта  $A = 14.8 \text{ км с}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$  и  $B = 14.8 \text{ км с}^{-1} \text{ кпк}^{-1}$ . Легко видеть, что наша оценка нижнего предела локальной поверхностной массовой плотности хорошо согласуется с другими определениями.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ кинематики самого молодого населения диска Галактики выполнен по наиболее представительной выборке галактических мазеров в областях звездообразования, включающей 131 источник. Впервые для этой цели использована наиболее полная версия метода статистических параллаксов [66, 67, 69]. Примененный алгоритм наиболее адекватным образом учитывает (а) все ошибки исходных наблюдательных данных (случайные и систематические ошибки расстояний/параллаксов,



случайные ошибки лучевых скоростей и собственных движений и корреляции ошибок компонентов собственных движений); (b) систематические (вращение диска и возмущения от спиральной волны плотности) и случайные (эллипсоидальное распределение остаточных скоростей) пространственные движения объектов выборки; (c) ошибки модельного поля скоростей, индуцированные случайными и систематическими ошибками расстояний.

Впервые детально описанный в работе алгоритм применен к выборке, включающей 131 мазер. Плотность вероятности распределения разности между наблюдаемой и модельной скоростями каждого объекта описывается матрицей ковариации, зависящей как от наблюдаемых величин, относящихся к индивидуальному объекту, так и от общего набора неизвестных параметров кинематической модели, которые определялись методом многомерной нелинейной минимизации функции правдоподобия.

Большая радиальная протяженность выборки (от 2–3 до 15 кпк) потребовала учесть изменение размера и формы эллипсоида остаточных скоростей с галактоцентрическим расстоянием. Были рассмотрены три случая: (A) «уравнение состояния» типа Тумре (2); (B) простое экспоненциальное уменьшение радиальной дисперсии остаточных скоростей (3); (C) постоянство значения радиальной дисперсии скоростей. Во всех перечисленных случаях считалось, что отношение двух горизонтальных осей эллипсоида остаточных скоростей описывается формулой Линдблада (1), т.е. определяется текущими локальными значениями угловой скорости вращения и эпициклической частотой.

Приведем сводку основных результатов работы:

(1) Шкала расстояний мазерных источников, параллаксы которых измерены средствами РСДБ, практически не нуждается в систематической коррекции, несмотря на довольно значительные случайные ошибки параллаксов, в среднем составляющие 5–7%.

(2) Методом максимального правдоподобия получены следующие оценки основных параметров галактического диска: расстояния от Солнца до центра Галактики  $8.24 \pm 0.12$  кпк; значения компонентов локальной скорости выборки мазеров относительно Солнца  $U_0 \approx -11.0 \pm 1.3$  км с<sup>-1</sup>,  $V_0 \approx -19.0 \pm 1.2$  км с<sup>-1</sup>,  $W_0 \approx -9.0 \pm 1.1$  км с<sup>-1</sup>. Наилучшее описание поля наблюдаемых пространственных скоростей мазеров обеспечивает модель С с постоянными значениями дисперсий скоростей  $\sigma U_0 \approx 9.4 \pm 0.9$  км с<sup>-1</sup>,  $\sigma W_0 \approx 5.9 \pm 0.8$  км с<sup>-1</sup>.

Мы вычислили кривую вращения диска Галактики в интервале галактоцентрических расстояний

3–15 кпк и определили скорость вращения на расстоянии Солнца в  $(235 - 238) \pm 7$  км с<sup>-1</sup>, что хорошо согласуется с результатами работы Рида и др. [39]. Кривая вращения остается практически плоской от 5–6 до 15 кпк.

(3) В рамках линейной теории волн плотности [73, 74] мы определили средние значения угла закрутки  $-10.4 \pm 0.3^\circ$  и фазового угла Солнца  $125^\circ \pm 10^\circ$  для четырехрукавного спирального узора. Заметна концентрация положений мазеров к четырем фрагментам спирального узора. Эти оценки прекрасно согласуются с результатами пространственного распределения большой выборки классических цефеид [78]. Радиальная и тангенциальная амплитуды возмущений поля скоростей, вызванные спиральной волной плотности, в среднем составляют  $f_R \approx -6.9 \pm 1.2$  км с<sup>-1</sup>,  $f_\Theta \approx +2.8 \pm 1.0$  км с<sup>-1</sup>. Согласно нашим данным, твердотельно вращающийся с угловой скоростью  $\Omega_P \sim 25$  км с<sup>-1</sup> кпк<sup>-1</sup> [78] глобальный спиральный узор может существовать в интервале галактоцентрических расстояний 6–13 кпк с расстоянием коротационного резонанса вблизи 9.5–10 кпк.

(4) Опираясь на гидродинамические уравнения Джинса и на детальные данные о свойствах локального поля скоростей [85, 86], т.е. на наблюдаемые параметры закона «отставания» центроидов плоских подсистем от Местного стандарта покоя (LSR), мы независимым образом оценили значение экспоненциальной шкалы диска промежуточного возраста, предположительно находящегося в состоянии маргинальной устойчивости Тумре или, по крайней мере, обладающего «уравнением состояния» (2) типа Тумре. Хорошее согласие нашей оценки  $H_D \approx 2.7 \pm 0.20$  кпк, связанной одновременно как с локальными, так и с глобальными свойствами кинематики диска, с другими результатами (опирающимися как на динамические свойства Галактики, так и на пространственное распределение различных объектов), свидетельствует в пользу нашего предположения о существовании в диске галактики «уравнения состояния» (2) типа Тумре. На этой основе мы вывели нижнюю оценку поверхностной массовой плотности диска  $26 \pm 3 M_\odot$  пк<sup>-2</sup>, в целом согласующуюся с другими опубликованными оценками.

## БЛАГОДАРНОСТИ

А. Т. Байкова и В. В. Бобылев выражают благодарность Президиуму РАН (программа П–41 «Переходные и взрывные процессы в астрофизике») за частичную финансовую поддержку работы. А. С. Расторгуев, Н. Д. Уткин, М. В. Заболотских и А. К. Дамбис выражают признательность РФ

(грант 14-22-00041) за поддержку сбора информации о галактических мазерах и РФФИ (грант 14-02-00472) за поддержку вычислительных работ. А. К. Дамбис признателен также за частичную поддержку исследования совместному гранту РФФИ и Департамента науки и технологии Республи-

ки Индия 15-52-45121 и INT/RUS/RFBR/P-219. Все авторы выражают признательность анонимным рецензентам за крайне полезные замечания и конструктивную критику, сделавшие данную работу более читаемой и основательной.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

В таблице 5 приводятся данные о 38 дополнительных мазерных источниках, не включенных в последний список из работы [39]. Таблица содержит экваториальные координаты J2000, тригонометрические параллаксы  $\pi$  и их погрешности  $\sigma_\pi$ , компоненты собственного движения  $\mu_\alpha$ ,  $\mu_\delta$  и их ошибки  $\sigma_\alpha$ ,  $\sigma_\delta$ , лучевые скорости  $V_{\text{LSR}}$  относительно Местного стандарта покоя (LSR) и их ошибки  $\sigma_{V_r}$ . В последней колонке дана ссылка на источник данных для каждого мазера. Последние два мазера, представленные в таблице, присутствовали и в оригинальном списке [39], однако здесь мы приводим для них уточненные новые данные.

Таблица 5. Дополнительный список 40 мазерных источников

Name	RA J2000, hh mm ss	Dec J2000, dd mm ss	$\pi$ , mas	$\sigma_{\pi}$ , mas	$\mu_{\alpha}$ , mas yr <sup>-1</sup>	$\sigma_{\alpha}$ , mas yr <sup>-1</sup>	$\mu_{\delta}$ , mas yr <sup>-1</sup>	$\sigma_{\delta}$ , mas yr <sup>-1</sup>	$V_{LSR}$ , $\sigma_{V_{LSR}}$ , kms <sup>-1</sup>	Ref.	
G 170.66-00.25 IRAS 05168+3634	05 20 22.07	+363756.6	0.537	0.038	0.23	1.07	-3.14	0.28	-15.5	1.9	58
G 108.43+00.89 IRAS 22480+6002	22 49 58.87	+601756.7	0.400	0.025	-2.58	0.33	-1.91	0.17	-50.8	3.5	96
G 110.19+02.47 IRAS 22555+6213	22 57 29.81	+622946.9	0.314	0.070	-2.04	0.35	-0.66	0.36	-63.0	6.0	97
G 115.06-00.05 PZ Cas	23 44 03.28	+614722.2	0.356	0.026	-3.70	0.20	-2.00	0.30	-36.2	0.7	98
G 119.80-06.03 IRAS 00259+5625	00 28 43.51	+564156.9	0.412	0.123	-2.48	0.32	-2.85	0.65	-38.3	3.1	99
G 031.56+05.33 EC 95 Serp	18 29 57.89	+011246.1	2.291	0.038	3.599	0.026	-8.336	0.030	9.0	3.0	[56, 62, 100, 101]
G 071.31+00.83 IRAS 20056+3350	20 07 31.25	+335941.5	0.213	0.026	-2.62	0.33	-5.65	0.52	9.0	1.0	102
G 071.33+03.07 Cyg X-1	19 58 21.67	+351205.7	0.539	0.033	-3.78	0.06	-6.40	0.12	13.1	5.0	103
G 073.12-02.09 V404 Cyg	20 24 03.82	+335201.9	0.418	0.024	-5.04	0.02	-7.64	0.03	16.9	2.2	104
G 074.56+00.85 IRAS 20143+3634	20 16 13.36	+364333.9	0.367	0.037	-2.99	0.16	-4.37	0.43	-1.0	1.0	105
G 109.87+02.11 Cep A HW9	22 56 18.64	+620147.8	1.208	0.05	-1.03	0.10	-2.62	0.27	-10.0	3.0	[49, 106]
G 158.06-21.42 L 1448 C	03 25 38.88	+304405.2	4.31	0.33	21.90	0.07	-23.10	0.33	4.5	3.0	162
G 158.35-20.56 SVS 13/NGC 1333	03 29 03.72	+311603.8	4.25	0.32	14.25	1.00	-8.95	1.40	7.5	5.0	162
G 168.22-16.34 V 773 Tau	04 14 12.92	+281212.3	7.70	0.19	8.30	0.50	-23.60	0.50	7.5	0.5	107
G 168.84-15.52 Hubble 4	04 18 47.03	+282007.4	7.53	0.03	4.30	0.05	-28.90	0.30	6.1	1.7	148
G 169.37-15.03 HDE 283572	04 21 58.85	+281806.4	7.78	0.04	8.88	0.06	-26.60	0.10	6.0	1.5	48
G 175.73-16.24 HP Tau/G2	04 35 54.16	+225413.5	6.20	0.03	13.85	0.03	-15.40	0.20	6.8	1.2	108
G 176.23-20.89 T Tau N	04 21 59.43	+193206.4	6.82	0.03	12.35	0.04	-12.80	0.05	7.7	1.8	109
G 203.32+02.05 NGC 2264	06 41 09.86	+092914.7	1.356	0.098	-1.00	0.60	-6.00	3.00	7.1	3.0	110
G 208.99-19.38 Orion KL	05 35 14.51	+052230.5	2.39	0.030	9.56	0.10	-3.83	0.15	5.0	5.0	145
G 353.02+16.98 DoAr 21	16 26 03.02	-242336.4	8.20	0.37	-26.47	0.92	-28.23	0.73	3.0	3.0	62
G 353.10+16.89 S 1	16 26 34.17	-242328.5	8.55	0.50	-3.88	0.69	-31.55	0.50	3.0	3.0	62
G 353.94+15.84 IRAS 16293-2422	16 32 22.85	-242836.4	5.6	1.1	-20.60	0.70	-32.40	2.00	4.4	5.0	62
G 045.37-00.22 GRS 1915+105	19 15 11.54	+105644.7	0.116	0.024	-3.19	0.03	-6.24	0.05	30.4	1.0	111
G 048.99-00.30 AGAL 48.99-0.29	19 22 26.13	+141639.1	0.178	0.017	-2.16	0.09	-5.87	0.17	66.3	0.3	112
G 353.27+00.64 NGC 6357	17 26 01.59	-341514.9	0.59	0.06	0.47	0.07	0.99	1.04	-5.0	5.0	113
G 339.88-01.26	16 52 04.67	-460834.4	0.48	0.08	-1.60	0.10	-1.90	0.10	-38.8	5.0	114
G 095.30-00.94 IRAS 21379+5106	21 39 40.80	+512035.0	0.262	0.031	-2.74	0.08	-2.87	0.18	-42.3	0.2	115
G 173.72-02.70 S 235 AB-MIR	05 40 53.38	+354148.4	0.63	0.03	0.79	0.12	-2.41	0.14	-17.91	3.1	116
G 213.88-11.84 Mon 2	06 10 50.59	-061150.4	1.12	0.05	-5.32	0.07	0.50	0.10	11.0	1.0	117
G 213.70-12.60 Mon R2	06 07 47.86	-062256.5	1.166	0.021	-1.25	0.09	2.44	0.28	10.0	3.0	106
G 054.10-00.08	19 31 48.80	+184257.1	0.231	0.031	-3.13	0.48	-5.57	0.48	40.0	3.0	106
G 058.77+00.64	19 38 49.13	+230840.2	0.299	0.040	-2.70	0.10	-6.10	0.21	33.0	3.0	106
G 059.47-00.18	19 43 28.35	+232042.5	0.535	0.024	-1.83	1.12	-6.60	1.12	26.0	3.0	106
G 059.83+00.67	19 40 59.29	+240444.2	0.253	0.024	-2.92	0.07	-6.03	0.05	34.0	3.0	106
G 071.52-00.38	20 12 57.89	+333027.1	0.277	0.013	-2.48	0.04	-4.97	0.07	11.0	3.0	106
G 192.60-00.04 S 55 IR-SMA1	06 12 54.02	+175923.3	0.563	0.036	-0.13	0.20	-0.06	0.27	6.0	5.0	118
G 108.18+05.51 L 1206	22 28 51.41	+641341.2	1.101	0.033	-0.16	0.09	-2.17	0.35	-11	3.0	106
G 305.200+0.019	13 11 16.93	-624555.1	0.25	0.06	-6.69	0.03	-0.60	0.14	-33.1	3.0	119
G 305.202+0.208	13 11 10.49	-623438.8	0.25	0.05	-7.14	0.17	-0.44	0.21	-44.0	3.0	119

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. W. B. Burton and M. A. Gordon, *Astron. and Astrophys.* **63**, 7 (1978).
2. M. Fich, L. Blitz, and A. A. Stark, *Astrophys. J.* **342**, 272 (1989).
3. J. Brand and L. Blitz, *Astron. and Astrophys.* **275**, 67 (1993).
4. A. K. Dambis, A. M. Mel'nik, and A. S. Rastorguev, *Astronomy Letters* **21**, 291 (1995).
5. E. V. Glushkova, A. K. Dambis, A. M. Mel'nik, and A. S. Rastorguev, *Astron. and Astrophys.* **329**, 514 (1998).
6. E. V. Glushkova, A. K. Dambis, and A. S. Rastorguev, *Astron. Astrophys. Transactions* **18**, 349 (1999).
7. A. M. Mel'nik, A. K. Dambis, and A. S. Rastorguev, *Astronomy Letters* **25**, 518 (1999).
8. A. S. Rastorguev, E. V. Glushkova, A. K. Dambis, and M. V. Zabolotskikh, *Astronomy Letters* **25**, 595 (1999).
9. A. K. Dambis, A. M. Mel'nik, and A. S. Rastorguev, *Astronomy Letters* **27**, 58 (2001).
10. A. K. Dambis, E. V. Glushkova, A. M. Mel'nik, and A. S. Rastorguev, *Astron. Astrophys. Transactions* **20**, 161 (2001).
11. A. M. Mel'nik, A. K. Dambis, and A. S. Rastorguev, *Astron. Astrophys. Transactions* **20**, 107 (2001).
12. A. M. Mel'nik, A. K. Dambis, and A. S. Rastorguev, *Astronomy Letters* **27**, 521 (2001).
13. M. V. Zabolotskikh, A. S. Rastorguev, and A. K. Dambis, *Astronomy Letters* **28**, 454 (2002).
14. V. V. Bobylev, *Astronomy Letters* **30**, 159 (2004).
15. V. V. Bobylev, G. A. Goncharov, and A. T. Bajkova, *Astronomy Reports* **50**, 733 (2006).
16. V. V. Bobylev, A. T. Bajkova, and S. V. Lebedeva, *Astronomy Letters* **33**, 720 (2007).
17. V. V. Bobylev, A. T. Bajkova, and A. S. Stepanishchev, *Astronomy Letters* **34**, 515 (2008).
18. A. M. Mel'nik and A. K. Dambis, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **400**, 518 (2009).
19. V. V. Bobylev, A. S. Stepanishchev, A. T. Bajkova, and G. A. Gontcharov, *Astronomy Letters* **35**, 836 (2009).
20. V. V. Bobylev and A. T. Bajkova, *Astronomy Letters* **39**, 532 (2013).
21. S. Demers and P. Battinelli, *Astron. and Astrophys.* **473**, 143 (2007).
22. P. Battinelli, S. Demers, C. Rossi, and K. S. Gigoyan, *Astrophysics* **56**, 68 (2013).
23. J. Bovy, C. Allende Prieto, T. C. Beers, et al., *Astrophys. J.* **759**, 131 (2012).
24. D. J. Eisenstein, D. H. Weinberg, E. Agol, et al., *Astron. J.* **142**, 72 (2011).
25. Y. Sofue, *Publ. Astron. Soc. Japan* **64**, 75 (2012).
26. P. Bhattacharjee, S. Chaudhury, and S. Kundu, *Astrophys. J.* **785**, 63 (2014).
27. A. V. Khoperskov and N. V. Tyurina, *Astronomy Reports* **47**, 443 (2003).
28. Y. Sofue, M. Honma, and T. Omodaka, *Publ. Astron. Soc. Japan* **61**, 227 (2009).
29. F. J. Kerr, *IAU Symp.* **20**, 81 (1964).
30. F. J. Kerr, *Annual Rev. Astron. Astrophys.* **7**, 39 (1969).
31. E. S. Levine, C. Heiles, and L. Blitz, *Astrophys. J.* **679**, pp. 1288–1298 (2008).
32. L. Chemin, F. Renaud, and C. Soubiran, *Astron. and Astrophys.* **578**, A14 (2015).
33. M. J. Reid and J. M. Moran, *Annual Rev. Astron. Astrophys.* **19**, 231 (1981).
34. M. J. Reid, K. M. Menten, X. W. Zheng, et al., *Astrophys. J.* **700**, pp. 137–148 (2009).
35. A. S. Stepanishchev and V. V. Bobylev, *Astronomy Letters* **37**, 254 (2011).
36. A. T. Bajkova and V. V. Bobylev, *Astronomy Letters* **38**, 549 (2012).
37. A. T. Bajkova and V. V. Bobylev, *Astronomische Nachrichten* **334**, 851 (2013).
38. V. V. Bobylev and A. T. Bajkova, *Astronomy Letters* **39**, 809 (2013).
39. M. J. Reid, K. M. Menten, A. Brunthaler, et al., *Astrophys. J.* **783**, 130 (2014).
40. V. V. Bobylev and A. T. Bajkova, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **437**, 1549 (2014).
41. V. V. Bobylev and A. T. Bajkova, *Astronomy Letters* **40**, 389 (2014).
42. V. V. Bobylev and A. T. Bajkova, *Astronomy Letters* **40**, 773 (2014).
43. V. V. Bobylev and A. T. Bajkova, *Astronomy Letters* **39**, 759 (2013).
44. T. Hirota, T. Bushimata, Y. K. Choi, et al., *Publ. Astron. Soc. Japan* **59**, 897 (2007).
45. M. K. Kim, T. Hirota, M. Honma, et al., *Publ. Astron. Soc. Japan* **60**, 991 (2008).
46. K. L. J. Rygl, A. Brunthaler, M. J. Reid, et al., *Astron. and Astrophys.* **511**, A2 (2010).
47. A. Brunthaler, M. J. Reid, K. M. Menten, et al., *Astronomische Nachrichten* **332**, 461 (2011).
48. R. M. Torres, L. Loinard, A. J. Mioduszewski, and L. F. Rodríguez, *Astrophys. J.* **671**, 1813 (2007).
49. S. Dzib, L. Loinard, L. F. Rodríguez, et al., *Astrophys. J.* **733**, 71 (2011).
50. M. R. Pestalozzi, V. Minier, and R. S. Booth, *Astron. and Astrophys.* **432**, 737 (2005).
51. R. Valdetaro, F. Palla, J. Brand, et al., *Astron. and Astrophys.* **368**, 845 (2001).
52. T. M. Dame, D. Hartmann, and P. Thaddeus, *Astrophys. J.* **547**, 792 (2001).
53. J. Baba, Y. Asaki, J. Makino, et al., *Astrophys. J.* **706**, 471 (2009).
54. P. J. McMillan and J. J. Binney, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **402**, 934 (2010).
55. V. V. Bobylev and A. T. Bajkova, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **408**, 1788 (2010).
56. M. Honma, T. Nagayama, K. Ando, et al., *Publ. Astron. Soc. Japan* **64**, 136 (2012).
57. Y. W. Wu, M. Sato, M. J. Reid, et al., *Astron. and Astrophys.* **566**, A17 (2014).
58. Y. K. Choi, K. Hachisuka, M. J. Reid, et al., *Astrophys. J.* **790**, 99 (2014).
59. M. Sato, Y. W. Wu, K. Immer, et al., *Astrophys. J.* **793**, 72 (2014).

60. K. Hachisuka, Y. K. Choi, M. J. Reid, et al., *Astrophys. J.* **800**, 2 (2015).
61. A. Sanna, M. J. Reid, K. M. Menten, et al., *Astrophys. J.* **781**, 108 (2014).
62. Y. Xu, J. J. Li, M. J. Reid, et al., *Astrophys. J.* **769**, 15 (2013).
63. T. D. Wilson, T. G. Barnes, III, S. L. Hawley, and W. H. Jefferys, *Astrophys. J.* **378**, 708 (1991).
64. D. K. Karimova and E. D. Pavlovskaya, *Sov. Astron. Lett.* **7**, 111 (1981).
65. X. Luri, A. E. Gomez, J. Torra, et al., *Astron. and Astrophys.* **335**, L81 (1998).
66. C. A. Murray, *Vectorial Astrometry* (Adam Hilge, Bristol, 1983).
67. A. S. Rastorguev, *Using Maximum-Likelihood Method to Study the Kinematics of Galactic Populations* (electronic tutorial), <http://lnfm1.sai.msu.ru/~rastor/Study/MaxLikelihood.pdf>.
68. S. L. Hawley, W. H. Jefferys, T. G. Barnes, III, and W. Lai, *Astrophys. J.* **302**, 626 (1986).
69. A. K. Dambis, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **396**, 553 (2009).
70. A. V. Khoperskov, A. V. Zasov, and N. V. Tyurina, *Astronomy Reports* **47**, 357 (2003).
71. A. Toomre, *Astrophys. J.* **139**, 1217 (1964).
72. A. S. Saburova and A. V. Zasov, *Astronomische Nachrichten* **334**, 785 (2013).
73. C. C. Lin and F. H. Shu, *Astrophys. J.* **140**, 646 (1964).
74. C. C. Lin, C. Yuan, and F. H. Shu, *Astrophys. J.* **155**, 721 (1969).
75. J. P. Vallée, *Intern. J. Astron. Astrophys.* **3**, 20 (2013).
76. J. P. Vallée, *Astron. J.* **148**, 5 (2014).
77. J. P. Vallée, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **450**, 4277 (2015).
78. A. K. Dambis, L. N. Berdnikov, Y. N. Efremov, et al., *Astronomy Letters* **41**, 489 (2015).
79. W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing* (Cambridge Univ. Press, New York, 2007), 3rd ed.
80. V. V. Bobylev and A. T. Bajkova, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **447**, L50 (2015).
81. A. S. Rastorguev, E. V. Glushkova, M. V. Zabolotskikh, and H. Baumgardt, *Astron. Astrophys. Transactions* **20**, 103 (2001).
82. V. V. Bobylev, ArXiv e-prints (2016).
83. A. G. A. Brown, A. Vallenari, et al. (Gaia Collab.), *Astron. and Astrophys.* **595**, A2 (2016).
84. T. E. Lutz and D. H. Kelker, *Publ. Astron. Soc. Pacific* **85**, 573 (1973).
85. W. Dehnen and J. J. Binney, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **298**, 387 (1998).
86. R. Schönrich, J. Binney, and W. Dehnen, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **403**, 1829 (2010).
87. P. J. McMillan, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **414**, 2446 (2011).
88. S. S. McGaugh, *Astrophys. J.* **816**, 42 (2016).
89. M. Jurić, Ž. Ivezić, A. Brooks, et al., *Astrophys. J.* **673**, pp. 864–914 (2008).
90. R. A. Benjamin, E. Churchwell, B. L. Babler, et al., *Astrophys. J. Lett.* **630**, L149 (2005).
91. J. Bovy and H.-W. Rix, *Astrophys. J.* **779**, 115 (2013).
92. V. I. Korchagin, T. M. Girard, T. V. Borkova, et al., *Astron. J.* **126**, 2896 (2003).
93. O. Bienaymé, C. Soubiran, T. V. Mishenina, et al., *Astron. and Astrophys.* **446**, 933 (2006).
94. C. Flynn, J. Holmberg, L. Portinari, et al., *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **372**, 1149 (2006).
95. Y. C. Joshi, A. K. Dambis, A. K. Pandey, and S. Joshi, *Astron. and Astrophys.* **593**, A116 (2016).
96. H. Imai, N. Sakai, H. Nakanishi, et al., *Publ. Astron. Soc. Japan* **64**, 142 (2012).
97. J. O. Chibueze, H. Sakanoue, T. Nagayama, et al., *Publ. Astron. Soc. Japan* **66**, 104 (2014).
98. K. Kusuno, Y. Asaki, H. Imai, and T. Oyama, *Astrophys. J.* **774**, 107 (2013).
99. N. Sakai, M. Sato, K. Motogi, et al., *Publ. Astron. Soc. Japan* **66**, 3 (2014).
100. S. Dzib, L. Loinard, A. J. Mioduszewski, et al., *Astrophys. J.* **718**, 610 (2010).
101. G. N. Ortiz-León, S. A. Dzib, M. A. Kounkel, et al., *Astrophys. J.* **834**, 143 (2017).
102. R. A. Burns, T. Nagayama, T. Handa, et al., *Astrophys. J.* **797**, 39 (2014).
103. M. J. Reid, J. E. McClintock, R. Narayan, et al., *Astrophys. J.* **742**, 83 (2011).
104. J. C. A. Miller-Jones, P. G. Jonker, V. Dhawan, et al., *Astrophys. J.* **706**, L230 (2009).
105. R. A. Burns, Y. Yamaguchi, T. Handa, et al., *Publ. Astron. Soc. Japan* **66**, 102 (2014).
106. Y. Xu, M. Reid, T. Dame, et al., *Science Advances* **2**, e1600878 (2016).
107. R. M. Torres, L. Loinard, A. J. Mioduszewski, et al., *Astrophys. J.* **747**, 18 (2012).
108. R. M. Torres, L. Loinard, A. J. Mioduszewski, and L. F. Rodríguez, *Astrophys. J.* **698**, 242 (2009).
109. L. Loinard, R. M. Torres, A. J. Mioduszewski, et al., *Astrophys. J.* **671**, 546 (2007).
110. T. Kamezaki, K. Imura, T. Omodaka, et al., *Astrophys. J. Suppl.* **211**, 18 (2014).
111. M. J. Reid, J. E. McClintock, J. F. Steiner, et al., *Astrophys. J.* **796**, 2 (2014).
112. T. Nagayama, H. Kobayashi, T. Omodaka, et al., *Publ. Astron. Soc. Japan* **67**, 65 (2015).
113. K. Motogi, K. Sorai, M. Honma, et al., *Publ. Astron. Soc. Japan* **68**, 69 (2016).
114. V. Krishnan, S. P. Ellingsen, M. J. Reid, et al., *Astrophys. J.* **805**, 129 (2015).
115. H. Nakanishi, N. Sakai, T. Kurayama, et al., *Publ. Astron. Soc. Japan* **67**, 68 (2015).
116. R. A. Burns, H. Imai, T. Handa, et al., *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **453**, 3163 (2015).
117. S. A. Dzib, G. N. Ortiz-León, L. Loinard, et al., *Astrophys. J.* **826**, 201 (2016).
118. R. A. Burns, T. Handa, T. Nagayama, et al., *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **460**, 283 (2016).

119. V. Krishnan, S. P. Ellingsen, M. J. Reid, et al., (2017).  
Monthly Notices Royal Astron. Soc. **465**, 1095

### **Galactic Masers: Kinematics, Spiral Structure and the Disk Dynamic State**

**A. S. Rastorguev, N. D. Utkin, M. V. Zabolotskikh,  
A. K. Dambis, A. T. Bajkova, and V. V. Bobylev**

We applied the currently most comprehensive version of the statistical-parallax technique to derive the kinematical parameters of the maser sample with 136 sources. Our kinematic model comprises the overall rotation of the Galactic disk and the spiral density-wave effects, and the variation of radial velocity dispersion with Galactocentric distance. The best description of the observed velocity field is provided by the model with constant radial and vertical velocity dispersions,  $(\sigma_{U0}, \sigma_{W0}) \approx (9.4 \pm 0.9, 5.9 \pm 0.8) \text{ km s}^{-1}$ . The resulting Galactic rotation curve proved to be flat over the Galactocentric distance interval from 3 to 15 kpc and we find the local circular rotation velocity to be  $V_0 \approx (235 - 238) \pm 7 \text{ km s}^{-1}$ . We determine the parameters of the four-armed spiral pattern (pitch angle  $i \approx -10.4 \pm 0.3^\circ$  and the phase of the Sun  $\chi_0 \approx 125^\circ \pm 10^\circ$ ). The amplitudes of radial and tangential spiral perturbations are about  $f_R \approx -6.9 \pm 1.4 \text{ km s}^{-1}$ ,  $f_\Theta \approx +2.8 \pm 1.0 \text{ km s}^{-1}$ . The kinematic data yield a solar Galactocentric distance of  $R_0 \approx 8.24 \pm 0.12 \text{ kpc}$ . Based on rotation curve parameters and the asymmetric drift we infer the exponential disk scale  $H_D \approx 2.7 \pm 0.2 \text{ kpc}$  assuming marginal stability of the intermediate-age disk, and also estimate the minimum local surface disk density,  $\Sigma(R_0) > 26 \pm 3 M_\odot \text{ pc}^{-2}$ .

Keywords: *methods: data analysis—galaxy: kinematics and dynamics*