

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АНТЕНН РАДИОТЕЛЕСКОПОВ

Н. А. Есепкина

Определяются поляризационные характеристики антенн радиотелескопов с помощью метода Мюллера с учетом кросс-поляризации, возникающей в антенне, для случая частично поляризованного излучения. При этом поляризационные свойства антенны характеризуются 4×4 матрицей M (матрицей Мюллера), связывающей параметры Стокса излучения на входе и выходе антенны. Получены выражения для элементов этой матрицы в общем виде. В качестве примера определены элементы матрицы M для антенны в виде параболоида вращения.

Polarization characteristics of radio telescope antennas are determined by using Müller's method with consideration for the cross-polarization, arising in an antenna, for the case of partially polarized radiation. The polarization properties of an antenna are characterized in this case by the 4×4 M -matrix (Müller's matrix) connecting Stokes parameters of radiation at the input and at the output of an antenna. General expressions for the elements of this matrix are obtained. As an example the elements of the M -matrix are determined for a paraboloid antenna.

§ 1. ВВЕДЕНИЕ

При проведении поляризационных наблюдений необходимо иметь в виду, что антенное устройство, являясь входным устройством всякого радиотелескопа, влияет на результаты поляризационных измерений. Антенна изменяет состояние поляризации принимаемого излучения, причем характер этого изменения зависит от поляризационных характеристик антенны. В радиоастрономии имеют дело с частично поляризованным излучением: исследуемый поляризованный сигнал наблюдают на фоне сильного неполяризованного излучения. Неполяризованный фон частично поляризуется в антенной системе, при этом величина сигнала паразитной поляризации, возникающей в антенне, может превосходить величину исследуемого поляризованного сигнала.

Поляризационные свойства антенн исследовались в ряде работ [1—9]. В этих работах исследование поляризационных свойств различных антенн проводится разными методами и сводится в основном к определению составляющей кросс-поляризации в диаграмме направленности антенны для полностью поляризованного излучения.

Нами сделана попытка рассмотрения поляризационных свойств различных радиотелескопов с учетом паразитной поляризации, возникающей в антенне, с единой точки зрения; при этом поляризационная характеристика антенны представляется в виде матрицы, связывающей параметры Стокса [10, 11] излучения на входе и выходе антенны. Такой подход был впервые применен Мюллером [11—13] при исследовании оптических поляризационных устройств и успешно применяется в оптике. При использовании метода Мюллера параметры выходного излучения опреде-

ляют следующим образом: прибор, в нашем случае антенна, представляется действительной 4×4 -матрицей (матрицей Мюллера), которая действует на четыре параметра Стокса входного излучения, записанных в виде четырехэлементного столбца—вектора Стокса, и дает вектор Стокса выходного излучения. Такой способ представления поляризационных характеристик радиотелескопа пригоден для изучения полностью поляризованного, частично поляризованного и неполяризованного излучения.

Для описания состояния поляризации излучения вместо параметров Стокса можно использовать и «когерентные матрицы» [11, 14, 15]. В этом случае поляризационные характеристики антенны можно определить методом «когерентных матриц». Однако здесь мы не будем останавливаться на методе «когерентных матриц». Так как в радиоастрономии при поляризационных исследованиях пользуются обычно параметрами Стокса, то антенну радиотелескопа удобно характеризовать матрицей Мюллера. Кроме того, метод Мюллера, на наш взгляд, физически более наглядный, чем метод «когерентных матриц».*

Исследование поляризационных характеристик мы начнем с рассмотрения особенностей диаграммы направленности антенны для кросс-поляризационной составляющей. Далее определим матрицу Мюллера, связывающую параметры Стокса на входе и выходе антенны, и приведем выражения для элементов этой матрицы для некоторых зеркальных радиотелескопов. Наконец, кратко остановимся на методах устранения паразитной поляризации в антеннах.

§ 2. ОСОБЕННОСТИ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ АНТЕННЫ ДЛЯ КРОСС-ПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ

Поле в апертуре антенны имеет обычно составляющую, ортогональную основной поляризации. Эта составляющая приводит к появлению компоненты кросс-поляризации в диаграмме направленности антенны. Диаграмма направленности и фаза кросс-поляризационной составляющей относительно основной зависят от распределения поля кросс-поляризационной составляющей в апертуре антенны.

Определим диаграмму направленности антенны с прямоугольной синфазной апертурой с учетом кросс-поляризации. В этом случае получаются довольно простые формулы, что значительно облегчает выяснение основных особенностей диаграммы направленности для кросс-поляризации.

Рассмотрим прямоугольную синфазную апертуру с распределением поля по основной поляризации $E_s = x F_x(x, y) E_{x_0}$ (E_{x_0} — величина, характеризующая амплитуду поля облучателя).

Диаграмма направленности такой антенны для основной поляризации имеет вид [17]

$$E_x(\xi_1, \xi_2) = C E_{x_0} \int_S F_x(x, y) e^{jk(x\xi_1 + y\xi_2)} dS, \quad (1)$$

где $\xi_1 = \sin \theta \sin \varphi$, $\xi_2 = \sin \theta \cos \varphi$ (см. рис. 1), $S = 4ab$ — площадь раскрыва, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $C = \text{const}$.

Составляющую кросс-поляризации в раскрыве представим в виде

$$E_y = y F_y E_{x_0}. \quad (2)$$

* Параметры Стокса и «когерентные матрицы» были использованы в работах Ко [16] для определения характеристики радиотелескопа при приеме частично поляризованного излучения. Однако в этих работах не учитывалась паразитная поляризация, возникающая в самой антенне.

Функция F_{Π} определяет распределение кросс-поляризации в раскрыве. Для известных радиотелескопов эта функция может быть аппроксимирована зависимостями

$$F_{\Pi_1} = \gamma_1 x \text{ и } F_{\Pi_2} = \gamma_2 xy. \quad (3)$$

Постоянные γ_1 и γ_2 определяют величину кросс-поляризации в плоскости раскрыва и зависят от диаграммы направленности облучателя и параметров антенны; γ_1 и γ_2 всегда меньше единицы. Функции F_{Π_1} и F_{Π_2} отражают характерные особенности кросс-поляризационной составляющей, они равны нулю в центре раскрыва ($x=y=0$) и имеют разные знаки в различных частях раскрыва. Распределение вида F_{Π_2} соответствует осесимметричным антеннам (параболоид вращения, двухзеркальные антенны Кассегрена, Грегори и др. [3—5]), вида F_{Π_1} — несимметричным антеннам (антенна переменного профиля, рупорно-параболическая антенна [7, 8]). Учитывая (2) и (3), найдем, что диаграммы направленности рассматриваемой антенны для кросс-поляризации при распределениях поля $E_{\Pi_1} = F_{\Pi_1} E_{x_0}$ и $E_{\Pi_2} = F_{\Pi_2} E_{x_0}$ определяются выражениями

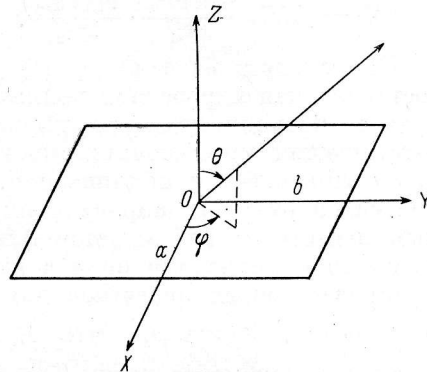


Рис. 1.

$$E_1(\xi_1, \xi_2) = C \int_S E_{\Pi_1} e^{jk(x\xi_1 + y\xi_2)} dS = CE_{x_0} \gamma_1 \int_S x e^{jk(x\xi_1 + y\xi_2)} dS, \quad (4)$$

$$E_2(\xi_1, \xi_2) = C \int_S E_{\Pi_2} e^{jk(x\xi_1 + y\xi_2)} dS = CE_{x_0} \gamma_2 \int_S xy e^{jk(x\xi_1 + y\xi_2)} dS.$$

Как видно из (4),

$$E_1 = \frac{\gamma_1}{jk} \cdot \frac{\partial E_0}{\partial \xi_1} = -j \frac{\gamma_1}{k} \cdot \frac{\partial E_0}{\partial \xi_1}, \quad E_2 = -\frac{\gamma_2}{k^2} \cdot \frac{\partial^2 E_0}{\partial \xi_1 \partial \xi_2}, \quad (5)$$

где

$$E_0 = CE_{x_0} \int_S e^{jk(x\xi_1 + y\xi_2)} dS = CE_{x_0} S \frac{\sin(ka\xi_1)}{ka\xi_1} \cdot \frac{\sin(kb\xi_2)}{kb\xi_2}.$$

Из (1), (4) и (5) следует, что если распределение поля в раскрыве антенны имеет вид

$$\mathbf{E}_p^x = xE_s + y(E_{\Pi_1} + E_{\Pi_2}) = [xF_x(x, y) + y(\gamma_1 x + \gamma_2 xy)] E_{x_0}, \quad (6)$$

то поле в дальней зоне определяется выражением*

$$\mathbf{E}^x = x_1 E_x + y_1 (E_1 + E_2) = x E_x(\xi_1, \xi_2) - y \left[j \frac{\gamma_1}{k} \cdot \frac{\partial E_0}{\partial \xi_1} + \frac{\gamma_2}{k^2} \cdot \frac{\partial^2 E_0}{\partial \xi_1 \partial \xi_2} \right] = (x f_x + y f_{xy}) E_{x_0} a_0, \quad (7)$$

где $a_0 = a_x(0, 0)$; $f_x(\xi_1, \xi_2) = \frac{a_x}{a_0}$ и $f_{xy}(\xi_1, \xi_2) = \frac{a_{xy}}{a_0}$ — диаграммы направленности для основной поляризации и кросс-поляризации для случая,

* Для остронаправленных антенн ($\theta \ll 1$) с достаточной степенью точности можно полагать, что орты осей x_1 и y_1 совпадают с ортами осей x и y . Более подробно этот вопрос рассмотрен ниже.

когда основная поляризация направлена по оси X ; $a_0 E_{x_0}$ — поле в главном направлении.

Если для основной поляризации распределение поля в раскрыве антенны равномерное $F(x, y) = 1$, то

$$\mathbf{E}^x = \left[\mathbf{x}E_0 - \mathbf{y} \left(j \frac{\gamma_1}{k} \cdot \frac{\partial E_0}{\partial \xi_1} + \frac{\gamma_2}{k^2} \cdot \frac{\partial^2 E_0}{\partial \xi_1 \partial \xi_2} \right) \right] = (\mathbf{x}f_x + \mathbf{y}f_{xy}) E_{x_0} a_0, \quad (8)$$

где $E_0 = CSE_{x_0} \frac{\sin ka\xi_1}{ka\xi_1} \cdot \frac{\sin kb\xi_2}{kb\xi_2}$.

Как следует из формул (1), (5) и (7), в одном случае ($E_{\Pi_1} = \gamma_1 x E_{x_0}$) составляющая паразитной поляризации в поле излучения антенны сдвинута во времени относительно основной на 90° и в направлениях, соответствующих кросс-поляризационным лепесткам, наблюдается круговая или эллиптическая поляризация. В другом случае ($E_{\Pi_2} = \gamma_2 xy E_{x_0}$) сдвиг фаз равен 180° и в направлениях, соответствующих кросс-поляризационным лепесткам, наблюдается линейная поляризация, повернутая относительно поляризации поля в главном направлении. Положения кросс-поляризационных лепестков для распределений E_{Π_1} и E_{Π_2} существенно отличаются. Учитывая, что $E_0 = CSE_{x_0} \frac{\sin ka\xi_1}{ka\xi_1} \cdot \frac{\sin kb\xi_2}{kb\xi_2}$, легко показать, что в главном направлении ($\xi_1 = \xi_2 = 0$) составляющая кросс-поляризации равна нулю ($f_{xy} = 0$), а максимумы кросс-поляризационных лепестков расположены в диагональных плоскостях ($\operatorname{tg} \varphi = \pm \frac{a}{b}$) для случая осесимметричных антенн, когда $E_{\Pi_1} = \gamma_2 xy E_{x_0}$, или в горизонтальной главной плоскости ($\xi_2 = 0$), когда $E_{\Pi_1} = \gamma_1 x E_{x_0}$, т. е. для случая несимметричных антенн.

Если основная поляризация в плоскости раскрыва направлена по оси y

$$\mathbf{E}_p^y = [\mathbf{y}F_y(x, y) + \mathbf{x}(\gamma_1 x + \gamma_2 xy)] E_{y_0}, \quad (9)$$

то аналогичным способом для поля в дальней зоне получим

$$\mathbf{E}^y = \mathbf{y}E_y(\xi_1, \xi_2) - \mathbf{x} \left(j \frac{\gamma_1}{k} \cdot \frac{\partial^2 E_0}{\partial \xi_1 \partial \xi_2} + \frac{\gamma_2}{k^2} \cdot \frac{\partial^2 E_0}{\partial \xi_1 \partial \xi_2} \right) = (\mathbf{y}f_y + \mathbf{x}f_{yx}) E_{y_0} a_0, \quad (10)$$

где $F_y(x, y)$ — распределение поля в раскрыве для основной поляризации; E_{y_0} — величина, характеризующая поле облучателя; $f_y(\xi_1, \xi_2) = \frac{a_y}{a_0}$

и $f_{yx}(\xi_1, \xi_2) = \frac{a_{yx}}{a_0}$ — диаграммы направленности для основной поляризации и кросс-поляризации, когда основная поляризация направлена по оси Y ; $a_0 E_{y_0}$ — поле антенны в главном направлении.

Наконец, если в раскрыве основная поляризация имеет x -ю составляющую, пропорциональную E_{x_0} , и y -ю составляющую поля, пропорциональную E_{y_0} , одновременно, то поле излучения антенны можно представить так:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^x + \mathbf{E}^y, \quad (11)$$

где

$$\mathbf{E}^x = (\mathbf{x}a_x + \mathbf{y}a_{xy}) E_{x_0} = (\mathbf{x}f_x + \mathbf{y}f_{xy}) E_{x_0} a_0,$$

$$\mathbf{E}^y = (\mathbf{y}a_y + \mathbf{x}a_{yx}) E_{y_0} = (\mathbf{y}f_y + \mathbf{x}f_{yx}) E_{y_0} a_0.$$

Здесь f_{xy} и f_{yx} — диаграммы направленности для кросс-поляризационных составляющих, а f_x и f_y — диаграммы направленности для основных составляющих.

§ 3. МАТРИЦА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ СТОКСА (МАТРИЦА МЮЛЛЕРА) ДЛЯ АНТЕННЫ

За счет наличия в диаграмме направленности составляющей кросс-поляризации состояние поляризации выходного излучения антенны (поля в дальней зоне) отличается от состояния поляризации входного излучения (поля на входе волноводно-фидерного тракта облучателя или поля в фокальной плоскости).* Антенну можно рассматривать как прибор, изменяющий поляризацию излучения, — поляризатор. По аналогии с оптикой связь между параметрами Стокса излучения на входе и выходе антенны (см. рис. 2) представим в таком виде [11]:

$$S_{\text{вых}} = MS_{\text{вх}}, \quad (12)$$

или в развернутой форме

$$\begin{bmatrix} I_{\text{вых}} \\ Q_{\text{вых}} \\ U_{\text{вых}} \\ V_{\text{вых}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{\text{вх}} \\ Q_{\text{вх}} \\ U_{\text{вх}} \\ V_{\text{вх}} \end{bmatrix},$$

где $S_{\text{вх}}$ и $S_{\text{вых}}$ — векторы-параметры Стокса входного и выходного излучения; M — приборный оператор, или матрица Мюллера; $I_{\text{вх}}, Q_{\text{вх}}, U_{\text{вх}}, V_{\text{вх}}$ и $I_{\text{вых}}, Q_{\text{вых}}, U_{\text{вых}}, V_{\text{вых}}$ — параметры Стокса входного и выходного излучения. Параметр I определяет интенсивность излучения, а параметры Q, U, V — полностью поляризованную составляющую, причем коэффициент эллиптичности α , угол ориентации эллипса поляризации β и степень поляризации p связаны с этими параметрами следующим образом:

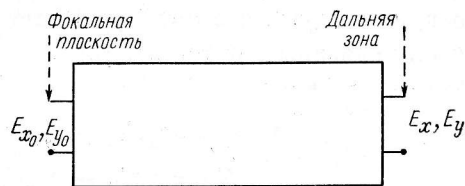


Рис. 2.

$$\alpha = \frac{1}{2} \arcsin \frac{V}{I_{\text{п}}} = \frac{1}{2} \arcsin \frac{V}{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}},$$

$$\beta = \frac{1}{2} \arctg \frac{V}{Q}, \quad p = \frac{I_{\text{п}}}{I} = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I}$$

($I_{\text{п}} = \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}$ — интенсивность полностью поляризованной составляющей).

Поле излучения антенны может быть записано в различных поляризационных базисах, поэтому матрица M в общем случае учитывает не только искажение поляризации поля антенной, но и изменение составляющих, связанное с преобразованием базиса. При изучении поляризационных характеристик поле в дальней зоне удобно записывать в таких координатах, чтобы в главном направлении орты, по которым раскладывается выходное поле, совпадали с ортами входного поля. Для остронаправленных радиотелескопов в этом случае с достаточной точностью можно считать, что орты выходного излучения совпадают с ортами входного излучения в пределах всей интересующей нас области диаграммы направленности, расположенной вблизи оси зеркала (главный лепесток и ближай-

* Если рассматривать антенну как приемную, то входным излучением будет плоская волна, приходящая от внешнего источника, а выходным — поле в фокальной плоскости антенны.

шие боковые лепестки).* При таком выборе координат матрица M определяет только изменение поляризации, связанное с паразитной поляризацией в антенне.

Определим элементы матрицы M , считая, что антенна работает в режиме передачи. Положим, что входное поле имеет вид

$$E_{\text{вх}} = E_{x_0} + E_{y_0} = xE_{x_0} + yE_{y_0},$$

где x и y — орты осей X и Y , E_{x_0} и E_{y_0} — комплексные амплитуды, которые не зависят от времени для полностью поляризованного излучения и слабо зависят от времени для неполяризованного и частично поляризованного излучения; E_{x_0} и E_{y_0} определяют величину ортогональных составляющих входного поля.

При аналогии с рассмотренным выше случаем антенны с прямоугольной апертурой (см. (11)), суммарное выходное поле произвольной антенны (поле в дальней зоне) можно представить в виде

$$\begin{aligned} E_{\text{вых}} &= E^x + E^y = (xa_x + ya_{xy})E_{x_0} + (ya_y + xa_{yx})E_{y_0} = \\ &= x(a_x E_{x_0} + a_{yx} E_{y_0}) + y(a_y E_{y_0} + a_{xy} E_{x_0}) = xE_x + yE_y, \end{aligned} \quad (13)$$

откуда следует, что ортогональные составляющие E_x, E_y выходного излучения связаны с ортогональными составляющими E_{x_0}, E_{y_0} входного излучения соотношениями

$$\begin{aligned} E_x &= a_x E_{x_0} + a_{yx} E_{y_0} = (f_x E_{x_0} + f_{yx} E_{y_0}) a_0, \\ E_y &= a_y E_{y_0} + a_{xy} E_{x_0} = (f_y E_{y_0} + f_{xy} E_{x_0}) a_0, \end{aligned} \quad (14)$$

или в матричной форме

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = a_0 \begin{bmatrix} f_x & f_{yx} \\ f_{xy} & f_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{x_0} \\ E_{y_0} \end{bmatrix}.$$

Все коэффициенты a_{mn} и f_{mn} являются функциями углов, определяющих направление наблюдения. a_x и a_y соответствуют коэффициентам передачи для каждой составляющей, а a_{xy} и a_{yx} определяют перекрестную связь между ортогональными составляющими или кросс-поляризацию; $a_0 = a_x(0, 0) = a_y(0, 0)$ — коэффициент передачи в главном направлении; величина a_0^2 пропорциональна коэффициенту усиления антенны в главном направлении; $f_x = \frac{a_x}{a_0}$, $f_y = \frac{a_y}{a_0}$, $f_{xy} = \frac{a_{xy}}{a_0}$, $f_{yx} = \frac{a_{yx}}{a_0}$ — диаграммы направленности для основной поляризации и кросс-поляризации соответственно для ортогональных составляющих входного поля, причем $|f_x(0, 0)| = |f_y(0, 0)| = 1$, а $f_{yx}(0, 0) = f_{xy}(0, 0) = 0$.

Учитывая, что антенна осуществляет линейное преобразование вектора электрического поля (14), и используя соотношения, определяющие связь между параметрами Стокса и ортогональными составляющими электрического поля [15, 11]**

* Такая же система координат и такое же приближение используется, например, в работе [4] при исследовании поляризации излучения осесимметричных зеркальных антенн.

** Черта обозначает операцию усреднения по времени, т. е. $\overline{E_x E_x^*} = \frac{1}{T} \int_0^T E_x E_x^* dt$.

$$\begin{aligned}
I_{\text{вх}} &= \overline{E_x E_x^*} + \overline{E_y E_y^*}, & Q_{\text{вх}} &= \overline{E_x E_x^*} - \overline{E_y E_y^*}, \\
U_{\text{вх}} &= \overline{E_x E_x^*} + \overline{E_y E_y^*}, & V_{\text{вх}} &= -j \overline{E_x E_y^*} + j \overline{E_y E_x^*}, \\
\frac{E_{x_0} E_{x_0}^*}{E_{x_0} E_{y_0}^*} &= (I_{\text{вх}} + Q_{\text{вх}})/2, & \frac{E_{y_0} E_{y_0}^*}{E_{x_0} E_{y_0}^*} &= (I_{\text{вх}} - Q_{\text{вх}})/2, \\
\frac{E_{x_0} E_{y_0}^*}{E_{x_0} E_{y_0}^*} &= (U_{\text{вх}} + j V_{\text{вх}})/2, & \frac{E_{x_0} E_{y_0}^*}{E_{x_0} E_{y_0}^*} &= (U_{\text{вх}} - j V_{\text{вх}})/2,
\end{aligned}$$

из формулы (12) получим следующие значения для элементов матрицы Мюллера*

$$\begin{aligned}
M_{11} &= a_0^2/2 [(f_x f_x^* + f_y f_y^*) + (f_{xy} f_{xy}^* + f_{yx} f_{yx}^*)], \\
M_{12} &= a_0^2/2 [(f_x f_x^* - f_y f_y^*) + (f_{xy} f_{xy}^* - f_{yx} f_{yx}^*)], \\
M_{13} &= a_0^2/2 [(f_x^* f_{yx} + f_x f_{yx}^*) + (f_{xy}^* f_y + f_{xy} f_y^*)], \\
M_{14} &= a_0^2/2 [j (f_x f_{yx}^* - f_x^* f_{yx}) - j (f_{xy} f_y^* - f_{xy}^* f_y)], \\
M_{21} &= a_0^2/2 [(f_x f_x^* + f_y f_y^*) - (f_{xy} f_{xy}^* + f_{yx} f_{yx}^*)], \\
M_{22} &= a_0^2/2 [(f_x f_x^* - f_y f_y^*) - (f_{xy} f_{xy}^* - f_{yx} f_{yx}^*)], \\
M_{23} &= a_0^2/2 [(f_x^* f_{yx} + f_x f_{yx}^*) - (f_{xy}^* f_y + f_{xy} f_y^*)], \\
M_{24} &= a_0^2/2 [j (f_x f_{yx}^* - f_x^* f_{yx}) - j (f_{xy} f_y^* - f_{xy}^* f_y)], \\
M_{31} &= a_0^2/2 [(f_x^* f_{xy} + f_x f_{xy}^*) + (f_{yx}^* f_y + f_{yx} f_y^*)], \\
M_{32} &= a_0^2/2 [(f_x^* f_{xy} + f_x f_{xy}^*) - (f_{yx}^* f_y + f_{yx} f_y^*)], \\
M_{33} &= a_0^2/2 [(f_x^* f_y + f_x f_y^*) + (f_{yx}^* f_{xy} + f_{yx} f_{xy}^*)], \\
M_{34} &= a_0^2/2 [j (f_x f_y^* - f_x^* f_y) - j (f_{yx} f_{xy}^* - f_{yx}^* f_{xy})], \\
M_{41} &= a_0^2/2 [j (f_x^* f_{xy} - f_x f_{xy}^*) + j (f_{yx}^* f_y - f_{yx} f_y^*)], \\
M_{42} &= a_0^2/2 [j (f_x^* f_{xy} - f_x f_{xy}^*) + j (f_{yx} f_y^* - f_{yx}^* f_y)], \\
M_{43} &= a_0^2/2 [j (f_x^* f_y - f_x f_y^*) + j (f_{yx} f_{xy}^* - f_{yx}^* f_{xy})], \\
M_{44} &= a_0^2/2 [(f_x^* f_y + f_x f_y^*) - (f_{yx}^* f_{xy} + f_{yx} f_{xy}^*)].
\end{aligned} \tag{15}$$

Величина a_0^2 пропорциональна коэффициенту усиления антенны в главном направлении.

Все диаграммы направленности f_x , f_y , f_{xy} и f_{yx} в общем случае являются комплексными величинами. Для антенн, имеющих фазовый центр, f_x и f_y — вещественные. Для таких антенн, учитывая, что f_x и f_y вещественные и представляя f_{xy} и f_{yx} в виде

$$f_{xy} = \Phi_{xy} + j\Psi_{xy}, \quad f_{yx} = \Phi_{yx} + j\Psi_{yx},$$

где

$$\Phi_{xy} = \text{Re } f_{xy}, \quad \Phi_{yx} = \text{Re } f_{yx}, \quad \Psi_{xy} = \text{Im } f_{xy}, \quad \Psi_{yx} = \text{Im } f_{yx},$$

из выражений (12) и (15) найдем соотношения, определяющие связь между параметрами Стокса на входе и выходе антенны в следующем виде:

$$\begin{aligned}
1/a_0^2 \cdot I_{\text{вх}} &= 1/2 (f_x^2 + f_y^2 + |f_{xy}|^2 + |f_{yx}|^2) I_{\text{вх}} + \\
&+ 1/2 (f_x^2 - f_y^2 + |f_{xy}|^2 - |f_{yx}|^2) Q_{\text{вх}} + (f_x \Phi_{yx} + f_y \Phi_{xy}) U_{\text{вх}} + \\
&\quad + (f_x \Psi_{yx} - f_y \Psi_{xy}) V_{\text{вх}}, \\
1/a_0^2 \cdot Q_{\text{вх}} &= 1/2 (f_x^2 - f_y^2 + |f_{yx}|^2 - |f_{xy}|^2) I_{\text{вх}} + \\
&+ 1/2 (f_x^2 + f_y^2 - |f_{xy}|^2 - |f_{yx}|^2) Q_{\text{вх}} + \\
&\quad + (f_x \Phi_{yx} - f_y \Phi_{xy}) U_{\text{вх}} + (f_x \Psi_{yx} + f_y \Psi_{xy}) V_{\text{вх}},
\end{aligned}$$

* Аналогичные выражения для элементов матрицы преобразования параметров Стокса, соответствующего линейному преобразованию вектора электрического поля, известны в оптике [13].

$$\begin{aligned}
1/a_0^2 \cdot U_{\text{вх}} &= (f_x \Phi_{xy} + f_y \Phi_{yx}) I_{\text{вх}} + (f_x \Phi_{xy} - f_y \Phi_{yx}) Q_{\text{вх}} + \\
&+ (\Phi_{xy} \Phi_{yx} + \Psi_{xy} \Psi_{yx} + f_x f_y) U_{\text{вх}} + (\Phi_{xy} \Psi_{yx} - \Phi_{yx} \Psi_{xy}) V_{\text{вх}}, \\
1/a_0^2 \cdot V_{\text{вх}} &= (f_y \Psi_{yx} - f_x \Psi_{xy}) I_{\text{вх}} - (f_x \Psi_{xy} + f_y \Psi_{yx}) Q_{\text{вх}} + \\
&+ (\Phi_{xy} \Psi_{yx} - \Phi_{yx} \Psi_{xy}) U_{\text{вх}} + (f_x f_y - \Phi_{xy} \Phi_{yx} - \Psi_{xy} \Psi_{yx}) V_{\text{вх}}.
\end{aligned} \tag{16}$$

Величины элементов матрицы M зависят от направления наблюдения. В главном направлении на оси антенны, где $f_x = f_y = 1$, $f_{xy} = f_{yx} = 0$, имеем (см. (15))

$$M_0 = a_0^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

т. е. в этом случае матрица Мюллера превращается в единичную матрицу и антенна не изменяет поляризации излучения. Во всех других направлениях, где $f_x \neq f_y$, а f_{xy} и f_{yx} отличны от нуля, матрица M не единичная и поэтому антенна изменяет состояние поляризации.

Из выражений для элементов матрицы (см. (15), (16)) непосредственно следует, какой характер имеет паразитная поляризация, возникающая в антенне, чем определяется ее величина, в каких направлениях имеется паразитная поляризация, и т. д.

Поляризация выходного излучения зависит от поляризации входного излучения ($I_{\text{вх}}$, $Q_{\text{вх}}$, $U_{\text{вх}}$, $V_{\text{вх}}$) и параметров антенны. Если входное излучение не поляризовано ($I_{\text{вх}} = I$, $Q_{\text{вх}} = U_{\text{вх}} = V_{\text{вх}} = 0$), то из (16) получим

$$\begin{aligned}
I_{\text{вх}} &= 1/2 I [f_x^2 + f_y^2 + |f_{xy}|^2 + |f_{yx}|^2] a_0^2, \\
Q_{\text{вх}} &= 1/2 I [f_x^2 - f_y^2 + |f_{yx}|^2 - |f_{xy}|^2] a_0^2, \\
U_{\text{вх}} &= 1/2 I [f_x \Phi_{xy} + f_y \Phi_{yx}] a_0^2, \\
V_{\text{вх}} &= 1/2 I [f_y \Psi_{yx} - f_x \Psi_{xy}] a_0^2,
\end{aligned} \tag{17}$$

откуда видно, что при неполяризованном входном излучении выходное излучение поляризовано, причем степень паразитной поляризации равна

$$P = \frac{\sqrt{Q_{\text{вх}}^2 + U_{\text{вх}}^2 + V_{\text{вх}}^2}}{I_{\text{вх}}}. \tag{18}$$

Из выражений (16) и (17) следует, что паразитная круговая поляризация ($V_{\text{вх}} \neq 0$ при $V_{\text{вх}} = 0$) возникает в антенне только тогда, когда мнимые части кросс-поляризационных диаграмм отличны от нуля ($\Psi_{xy} \neq 0$ и $\Psi_{yx} \neq 0$). Такое условие выполняется в несимметричных антеннах типа антенны переменного профиля [6, 8] и рупорно-параболической антенны [7], причем для этих антенн $\Psi_{xy} = -\Psi_{yx}$.

Величина паразитной круговой поляризации при неполяризованном входном излучении, например, пропорциональна удвоенной амплитуде кросс-поляризационных лепестков Ψ_{xy} , так как обычно $|\Psi_{xy}| = |\Psi_{yx}|$.

Для синфазных антенн, у которых $\Psi_{xy} = \Psi_{yx} = 0$, паразитная поляризация линейная, а матрица M имеет вид

$$M_{\Psi=0} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & 0 \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & 0 \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{44} \end{bmatrix}. \tag{19}$$

Можно показать, что такой случай соответствует осесимметричным антеннам типа параболоида вращения (см. § 4).

Для идеальной антенны, у которой отсутствуют кросс-поляризационные лепестки ($\Psi_{xy} = \Psi_{yx} = \Phi_{xy} = \Phi_{yx} = 0$) и диаграммы направленности для ортогональных составляющих одинаковы ($f_x = f_y = f$), имеем

$$M_{\text{ид}} = a_0^2 f^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

и

$$I_{\text{вых}} = a_0^2 f^2 I_{\text{вх}}, \quad Q_{\text{вых}} = a_0^2 f^2 Q_{\text{вх}}, \quad U_{\text{вых}} = a_0^2 f^2 U_{\text{вх}}, \quad V_{\text{вых}} = a_0^2 f^2 V_{\text{вх}},$$

откуда видно, что для такой антенны для всех направлений наблюдения матрица M единичная и антенна ни в каких направлениях не искажает поляризацию излучения.

Если известна матрица M , то, измерив параметры Стокса на выходе антенны $S_{\text{вых}}$, можно определить параметры Стокса входного излучения $S_{\text{вх}}$, воспользовавшись соотношением, которое следует из (12),

$$S_{\text{вх}} = M^{-1} S_{\text{вых}},$$

где M^{-1} — обратная матрица. Матрица M^{-1} — это квадратная матрица того же порядка, что и матрица M . Она равна

$$M^{-1} = [M_{ik}]^{-1} = \left[\frac{m_{ik}}{\det [M_{ik}]} \right], \quad (24)$$

где m_{ik} — алгебраическое дополнение элемента M_{ik} в определителе $\det [M_{ik}]$.

Используя найденные выше значения элементов матрицы Мюллера, с помощью (24) можно определить элементы обратной матрицы M^{-1} , а затем и вектор-параметр Стокса входного излучения. Для вычисления обратных матриц имеются стандартные программы расчета на ЭВМ.

Элементы матрицы Мюллера можно определить не только путем вычисления диаграммы направленности антенны, но и экспериментально, при этом нет необходимости в определении всех 16 матричных элементов, поскольку они связаны между собой.

В рассмотренном нами случае, когда f_x и f_y — вещественные величины, достаточно определить 6 элементов матрицы, так как антенна характеризуется шестью параметрами: f_x , f_y , Ψ_{xy} , Ψ_{yx} , Φ_{xy} , Φ_{yx} . Однако, используя свойства антенны, удастся установить связь между этими параметрами, что позволяет уменьшить необходимое число элементов, подлежащих измерению.

В заключение отметим, что так как, согласно принципу взаимности [18], диаграмма направленности приемной антенны совпадает с диаграммой направленности антенны при использовании ее в режиме передачи, то связь между параметрами Стокса на входе и выходе антенны при работе на прием также определяется матрицей M (см. (15)).

Аналогичные результаты можно получить и при использовании метода «когерентных матриц».

§ 4. МАТРИЦА МЮЛЛЕРА ДЛЯ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ АНТЕНН

Определим элементы матрицы Мюллера для параболоида вращения. Для этого необходимо знать диаграммы направленности антенны для основной поляризации и кросс-поляризации для ортогональных составляющих

входного поля или поля облучателя. Можно показать [3, 4, 5], что для ортогональных составляющих входного поля выходное поле параболоида вращения (поле в дальней зоне) и его диаграмма направленности для основной и кросс-поляризационной составляющих определяются следующими выражениями:*

$$E^x = [x(A + B \cos 2\varphi) + yB \sin 2\varphi] a_0 E_{x_0} = (xf_x + yf_{xy}) E_{x_0} a_0, \quad (22)$$

$$E^y = [y(A - B \cos 2\varphi) + xB \sin 2\varphi] a_0 E_{y_0} = (yf_y + xf_{yx}) E_{y_0} a_0;$$

$$f_x(\theta, \varphi) = A(\theta) + B(\theta) \cos 2\varphi,$$

$$f_y(\theta, \varphi) = A(\theta) - B(\theta) \cos 2\varphi, \quad (23)$$

$$f_{xy}(\theta, \varphi) = f_{yx}(\theta, \varphi) = B(\theta) \sin 2\varphi,$$

где $A(\theta)$ и $B(\theta)$ — диаграммы направленности для основной поляризации и кросс-поляризации в плоскостях $\varphi = \pm 45^\circ$, нормированные к полю основной поляризации в главном направлении. Углы θ и φ характеризуют точку наблюдения, причем θ отсчитывается от оси антенны (см. рис. 1).

Вид функций $A(\theta)$ и $B(\theta)$ зависит от параметров облучателя и параметров зеркала. В частности, функция $B(\theta)$, определяющая величину кросс-поляризационной составляющей поля излучения, пропорциональна разности диаграмм направленности облучателя в E - и H -плоскостях. Например, для облучателя в виде электрического диполя $B(\theta)$ определяется так:

$$B(\theta) \approx (D/4F)^2 I_3(u)/u \text{ при } (D/4F) \ll 1,$$

где D — диаметр зеркала, F — фокусное расстояние, $u = \frac{kD}{2} \sin \theta \approx (kD/2) \theta$.

На рис. 3 приведено сечение диаграммы направленности параболоида вращения на уровне постоянной мощности для основной поляризации (a) и кросс-поляризации (b).

Подставляя (23) в (15), получим значения для элементов матрицы Мюллера

$$\begin{aligned} M_{11} &= (A^2 + B^2) a_0^2, \\ M_{12} &= M_{21} = 2AB \cos 2\varphi \cdot a_0^2, \\ M_{13} &= M_{31} = 2AB \sin 2\varphi \cdot a_0^2, \\ M_{22} &= (A^2 + B^2 \cos 4\varphi) a_0^2, \\ M_{23} &= M_{32} = B^2 \sin 4\varphi \cdot a_0^2, \\ M_{33} &= (A^2 - B^2 \cos 4\varphi) a_0^2, \\ M_{44} &= (A^2 - B^2) a_0^2, \\ M_{14} &= M_{24} = M_{34} = M_{41} = M_{42} = M_{43} = 0. \end{aligned} \quad (24)$$

Отсюда следует, что для параболоида вращения параметры Стокса входного и выходного излучения связаны следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} 1/a_0^2 \cdot I_{\text{вых}} &= (A^2 + B^2) I_{\text{вх}} + 2AB \cos 2\varphi \cdot Q_{\text{вх}} + \\ &+ 2AB \sin 2\varphi \cdot U_{\text{вх}}, \end{aligned}$$

* При поляризационных исследованиях необходимо измерять вертикально-поляризованную и горизонтально-поляризованную составляющие принимаемого радиоизлучения одновременно. Поэтому мы будем полагать, что параболоид работает с облучателем, который может принимать или излучать одновременно обе поляризации — вертикальную и горизонтальную. Такими облучателями, например, являются круглый волновод, конический рупор, комбинация вертикального и горизонтального электрических диполей. Именно для таких облучателей справедливы выражения (22) и (23).

$$\begin{aligned}
1/a_0^2 \cdot Q_{\text{вх}} &= 2AB \cos 2\varphi \cdot I_{\text{вх}} + (A^2 + B^2 \cos 4\varphi) Q_{\text{вх}} + \\
&+ B^2 \sin 4\varphi \cdot U_{\text{вх}}, \\
1/a_0^2 \cdot U_{\text{вх}} &= 2AB \sin 2\varphi \cdot I_{\text{вх}} + B^2 \cdot \sin 4\varphi \cdot Q_{\text{вх}} + \\
&+ (A^2 - B^2 \cos 4\varphi) U_{\text{вх}}, \\
1/a_0^2 \cdot V_{\text{вх}} &= (A^2 - B^2) V_{\text{вх}}.
\end{aligned}
\tag{25}$$

Из (24) и (25) видно, что в осесимметричной параболической антенне паразитная поляризация, возникающая за счет антенны, линейная ($V_{\text{вх}} = 0$ при $V_{\text{вх}} = 0$), так как коэффициенты M_{11} , M_{12} и M_{13} равны нулю. Результаты экспериментального исследования поляризационных характеристик параболаида вращения [5] подтверждают этот вывод.

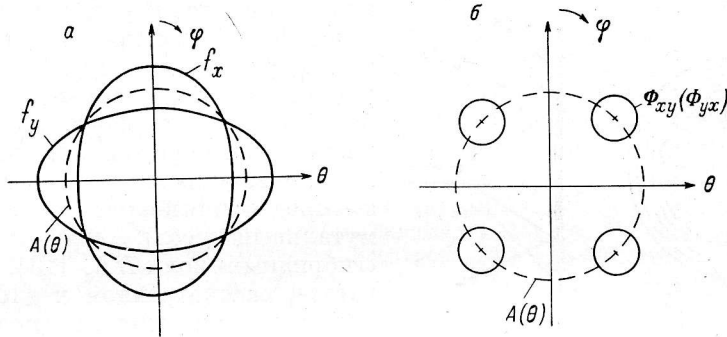


Рис. 3.

При неполяризованном входном излучении ($I_{\text{вх}} = I$, $Q_{\text{вх}} = U_{\text{вх}} = V_{\text{вх}} = 0$) имеем

$$\begin{aligned}
I_{\text{вх}} &= (A^2 + B^2) I a_0^2, \quad Q_{\text{вх}} = 2AB \cos 2\varphi I a_0^2, \\
U_{\text{вх}} &= 2AB \sin 2\varphi I a_0^2, \quad V_{\text{вх}} = 0, \quad P = \frac{2AB}{A^2 + B^2}.
\end{aligned}
\tag{26}$$

Из (26) видно, что в этом случае выходное излучение поляризованное, причем степень поляризации P пропорциональна удвоенной величине составляющей кросс-поляризации или разности диаграмм направленности антенны для основной поляризации в E - и H -плоскостях. Степень поляризации равна нулю в главном направлении, так как при $\theta = 0$ $B = 0$, и не зависит от угла φ .

Для параболической антенны, у которой диаграмма направленности облучателя, а следовательно, и диаграмма направленности антенны симметрична, имеем

$$\begin{aligned}
B = 0, \quad f_x = f_y = A, \quad f_{xy} = f_{yx} = 0, \\
M = a_0^2 A^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.
\end{aligned}
\tag{27}$$

В такой антенне паразитная поляризация отсутствует и состояние поляризации на входе и выходе антенны одинаково. Таким образом, для того чтобы устранить составляющую кросс-поляризации, необходимо сделать диаграмму облучателя симметричной.

Симметрирование диаграммы облучателя можно осуществить, например, с помощью специального контррефлектора [3, 5], конструкция которого поясняется на рис. 4. Центральная часть контррефлектора представляет собой сплошной диск, периферийная образована концентрическими проволочными кольцами. На рисунке пунктиром показана примерная форма эффективной отражающей поверхности для указанной поляризации. Изменяя размер сплошной части контррефлектора, можно регулировать диаграмму направленности облучателя в виде круглого волновода или конического рупора. Экспериментальная проверка показала, что рассмотренное устройство позволяет существенно уменьшить поляризацию в параболоиде вращения.

При другом способе [19] симметрирование диаграммы облучателя осуществляется за счет создания в раскрыве облучателя специального рас-

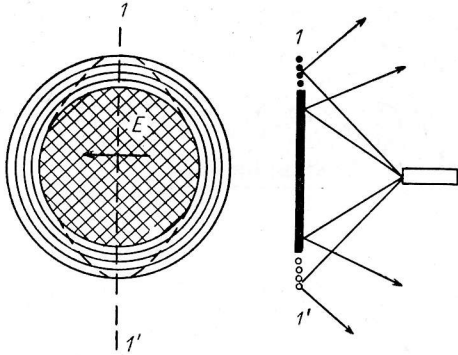


Рис. 4.

пределения поля, при котором составляющая кросс-поляризации в апертуре параболоида отсутствует. Такое распределение создается путем возбуждения в волноводе, боковая поверхность которого имеет анизотропную проводимость ($x_z = \infty$, $x_\xi = 0$, где z — продольная координата, а ξ — азимутальный угол), связанных или «гибридных» волн HE_n [19]. В облучателе, рассмотренном в [19], необходимая анизотропия получается за счет специально подобранных концентрических щелей, прорезанных в боковой поверхности волновода.

Экспериментальная проверка показала, что диаграммы направленности такого облучателя в E - и H -плоскостях практически совпадают.

Поляризационные характеристики двухзеркальных антенн Кассегрена и Грегори имеют такой же характер, как и для параболоида вращения.

Можно показать, что в таких двухзеркальных системах при преобразовании одного сферического фронта волны в другой фронт на вспомогательных зеркалах, гиперболоиде и эллипсоиде, кросс-поляризация не возникает. Поэтому распределение составляющей кросс-поляризации в апертуре двухзеркальных антенн имеет такой же вид, как и для параболоида вращения. Паразитная поляризация в таких антеннах линейная, причем величина ее также пропорциональна разности диаграмм направленности антенны в E - и H -плоскостях.

Мы рассмотрели особенности поляризационных характеристик несимметричных антенн. На рассмотрении поляризационных характеристик несимметричных антенн, в частности антенны переменного профиля,* мы останавливаться не будем. Укажем только, что в таких антеннах распределение кросс-поляризационной составляющей поля в раскрыве хорошо аппроксимируется функцией вида $F_{\text{ш}}$ (см. (3)) и поэтому в таких антеннах паразитная поляризация в основном круговая. Для устранения паразитной поляризации в этом случае необходимо использовать облучатель со специальной поляризационной диаграммой. Один из способов создания такого облучателя с помощью сетки из искривленных проводов предложен в работах [20, 21]. Применение такого облучателя на Большом пулковском радиотелескопе позволило практически полностью устранить паразитную круговую поляризацию.

* Вопрос о поляризационных характеристиках АПН рассмотрен в работах [6, 8].

Литература

1. Э. Г. Мирзабекян. Сообщ. Бюраканск. обс., **23**, 3, 1957.
2. I. Iones, IRE Trans., AP-2, No. 3, 119, 1954.
3. Н. А. Есепкина, Д. В. Корольков, Научно-технический бюллетень ЛПИ. Радиофизика, № 10, 15, 1957.
4. Б. Е. Кинбер, Радиотех. электрон., **13**, № 2, 212, 1960.
5. Д. В. Корольков, Н. С. Соболева, Г. Б. Гельфрейх, Изв. Глав. астр. обс. в Пулкове, **21**, № 164, 5, 1960.
6. Г. В. Кузнецова, Н. С. Соболева, Изв. Глав. астр. обс. в Пулкове, **23**, № 172, 194, 1964.
7. I. N. Hines, R. N. Turrin, Bell Syst. Tech. J., **42**, No. 4, 1187, 1963.
8. Н. А. Есепкина и др., Радиотех. электрон., **14**, № 3, 172, 1961.
9. Ю. П. Дьяков, И. Ф. Шишкин, Радиотехника, **23**, № 3, 98, 1968.
10. G. G. Stokes, Trans. Camb. phil. Soc., **9**, 339, 1852.
11. Э. О'Нейл. Статистическая оптика. Изд-во «Мир», М., 1966.
12. H. Muller, J. opt. Soc. Am., **38**, 661 (A), 1948.
13. Г. В. Розенберг, Усп. физ. наук, **56**, 77, 1955.
14. М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики. Изд-во «Наука», М., 1970.
15. Д. Б. Канарейкин, Н. И. Павлов, В. А. Потехин. Поляризация радиолокационных сигналов. Изд-во «Советское радио», М., 1966.
16. Н. С. Со, IRE Trans., AP-9, No. 11, 294, 1961; IEEE Trans., MIL-8, No. 3-4, 225, 1964; Proc. IEEE, **50**, 9, 1962.
17. Антенны сантиметровых волн. Изд-во «Советское радио», М., 1950.
18. А. А. Пистолькорс. Антенны. Изд-во «Связь», М., 1948.
19. H. C. Minnet, IEEE Trans., AP-14, No. 5, 654, 1966.
20. Н. А. Есепкина и др., Солнечные данные, № 9, 1968.
21. Н. А. Есепкина и др., Радиотех. электрон., **22**, № 6, 620, 1969.

Декабрь 1970 г.